

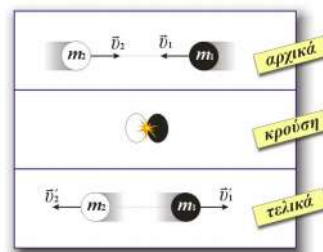
Ο “ΕΣΩΤΕΡΙΚΟΣ ΚΟΣΜΟΣ” ΜΙΑΣ ΕΛΑΣΤΙΚΗΣ ΚΡΟΥΣΗΣ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Μέσω ενός αριθμητικού παραδείγματος μετωπικής ελαστικής κρούσης δύο σωμάτων καταλήγουμε στην εμφάνιση ελαστικής δυναμικής ενέργειας εις βάρος της κινητικής.

Η “ελαστική κρούση” είναι μια σύμβαση που κάνουμε, ώστε να ξεκινήσουμε τη μελέτη του φαινομένου της κρούσης με «εύκολα μαθηματικά». Και επειδή είναι ελαστική, η ολική ενέργεια πριν και μετά την κρούση διατηρείται σταθερή. Ποια είναι η ολική ενέργεια; Μα φυσικά η κινητική, αφού θεωρούμε (για ευκολία) την κρούση να γίνεται σε οριζόντιο επίπεδο, άρα η δυναμική παραμένει σταθερή ή μηδέν. Τι γίνεται όμως κατά τη διάρκεια της κρούσης; Η λογική λέει το ίδιο, ότι δηλαδή η ολική (κινητική) ενέργεια θα παραμένει σταθερή, μιας και δεν έχουμε βάλει καμιά επιπλέον παράμετρο στο πρόβλημά μας.

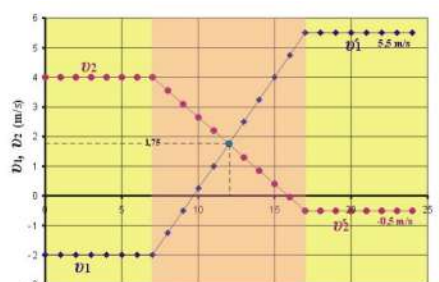
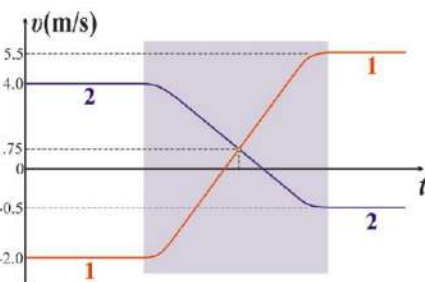
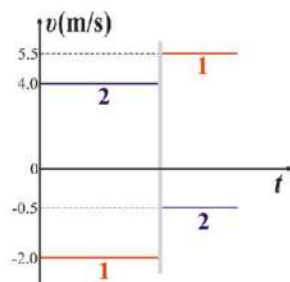
Ας δούμε, λοιπόν, ένα αριθμητικό παράδειγμα: δύο μάζες $m_1 = 3 \text{ kg}$ και $m_2 = 5 \text{ kg}$ συγκρούονται μετωπικά κινούμενες αρχικά αντίρροπα με ταχύτητες $v_1 = -2 \text{ m/s}$ και $v_2 = +4 \text{ m/s}$. Εφαρμόζοντας τις γνωστές αρχές διατήρησης ορμής (ΑΔΟ) και κινητικής ενέργειας (ΑΔΚΕ) καταλήγουμε στους τύπους των τελικών ταχυτήτων:



$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 \quad \text{και} \quad v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2 \quad \text{και αντικαθιστώντας παίρνουμε}$$

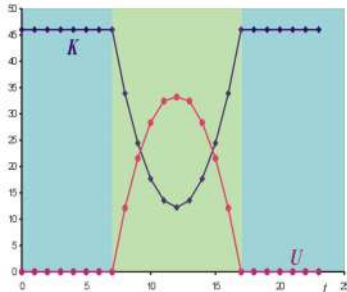
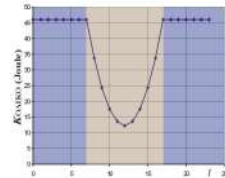
$v_1' = +5,5 \text{ m/s}$ και $v_2' = -0,5 \text{ m/s}$. Υπολογίζοντας τις κινητικές ενέργειες βρίσκουμε $K_1 = 6 \text{ J}$, $K_2 = 40 \text{ J}$, $K_1' = 45,375 \text{ J}$ και $K_2' = 0,625 \text{ J}$. Αθροίζουμε και παίρνουμε ακριβώς αυτό που περιμέναμε (μιας και το επικαλεστήκαμε για να λύσουμε το πρόβλημα), δηλαδή την διατήρηση της ολικής κινητικής ενέργειας: $K_{ολ.} = K'_{ολ.} = 46 \text{ J}$.

Και τώρα ξεκινάει το ενδιαφέρον κομμάτι: αφού κάνουμε ένα απλοποιημένο διάγραμμα ταχυτήτων, «ανοίγουμε» και χωρίζουμε τη χρονική διάρκεια της κρούσης σε δέκα ίσα, αυθαίρετα χρονικά διαστήματα και καταγράφουμε την εξέλιξη της ταχύτητας κάθε σώματος καθώς αυτή «μεταβαίνει» από την αρχική στην τελική της τιμή.



Χρησιμοποιώντας τον τύπο $K = \frac{1}{2} m v^2$ βρίσκουμε την εξέλιξη της κινητικής ενέργειας κάθε σώματος μέσα στη διάρκεια της κρούσης. Αθροίζοντας παίρνουμε την ολική κινητική ενέργεια κατά τη διάρκεια της κρούσης (υπενθυμίζουμε ότι πριν και μετά ήταν 46 J).

Και να η αποκάλυψη! Η ολική κινητική ενέργεια ΔΕΝ διατηρείται. Ένα από τα δύο μεγέθη (το άλλο ήταν η ορμή), τη διατήρηση των οποίων επικαλεστήκαμε για να λύσουμε το πρόβλημα, μας... ΠΡΟΔΩΣΕ!...



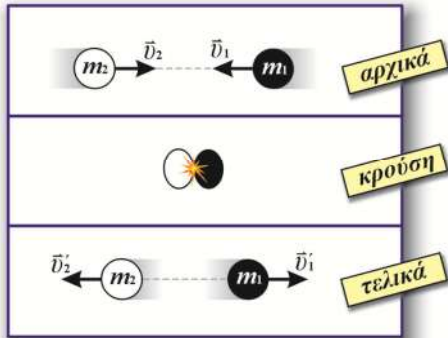
Φυσικά όλοι ξέρουμε το γιατί... Η ολική κινητική υποχωρεί έναντι της ελαστικής δυναμικής που εμφανίζεται μόνο κατά τη διάρκεια της κρούσης, λόγω παραμόρφωσης των δύο σωμάτων. Όταν αυτά «αποκολληθούν», τα πράγματα γυρίζουν στη γνωστή νομιμότητα. Το εντυπωσιακό είναι ότι χωρίς καμία επιπλέον συνθήκη, οι δύο αρχές διατήρησης μας δίνουν αποτελέσματα, που αν τα... «ρωτήσουμε» λίγο πιο προσεκτικά, θα μας πουν ακριβώς πως λειτουργεί η φύση. Και ας μην το είχαμε εξ αρχής κατά νου!

Ίσως είναι ίδιον της ορμής να περιγράφει σε βάθος τη φύση, καλύτερα από άλλα μεγέθη της Φυσικής. Άλλωστε μην ξεχνάμε πόσο αβίαστα προκύπτει η απώλεια της ενέργειας σε μια πλαστική κρούση...

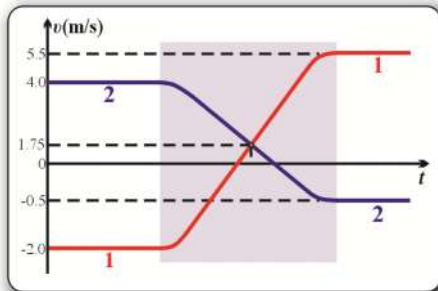
Αναλυτικά αποτελέσματα όλων των παραπάνω βλέπουμε αμέσως μετά, καθώς και στον σύνδεσμο: http://issuu.com/tasosne/docs/elastic_collision

ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΚΑΤΑ ΤΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΜΙΑΣ ΕΛΑΣΤΙΚΗΣ ΚΡΟΥΣΗΣ

ΑΝΑΣΤΑΣΙΟΣ ΝΕΖΗΣ
1^ο ΓΕΛ Σαλαμίνας

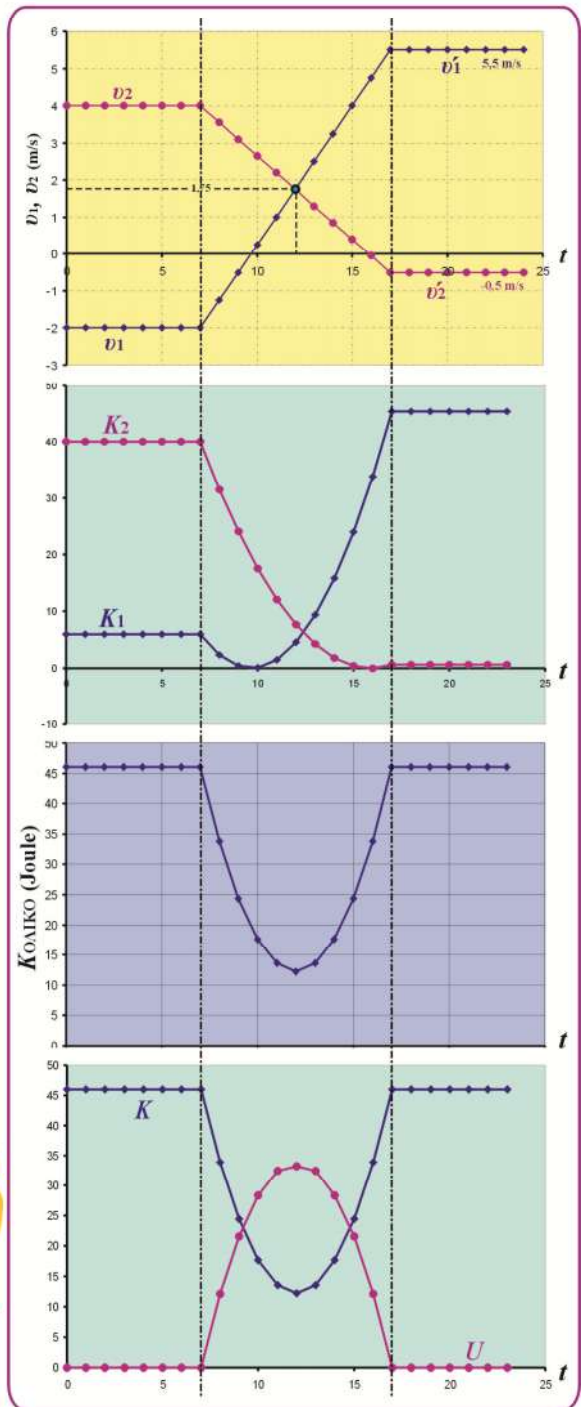


$m_1 = 3 \text{ kg}$ $m_2 = 5 \text{ kg}$
 $v_1 = -2 \text{ m/s}$ $v_2 = +4 \text{ m/s}$
 $v_1' = +5,5 \text{ m/s}$ $v_2' = -0,5 \text{ m/s}$
 $K_1 = 6 \text{ J}$ $K_2 = 40 \text{ J}$ $\rightarrow K_{\text{ολ.}} = 46 \text{ J}$
 $K_1' = 45,375 \text{ J}$ $K_2' = 0,625 \text{ J}$ $\rightarrow K'_{\text{ολ.}} = 46 \text{ J}$



$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_2 + m_1} v_1 + \frac{2m_2}{m_2 + m_1} v_2$$

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_2 + m_1} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} v_2$$



t	v1 (m/s)	v2 (m/s)	K1 (J)	K2 (J)	K _{ολ.} (J)	U _{ελαστ.} (J)
0	-2	4	6	40	46	0
1	-2	4	6	40	46	0
2	-2	4	6	40	46	0
3	-2	4	6	40	46	0
4	-2	4	6	40	46	0
5	-2	4	6	40	46	0
6	-2	4	6	40	46	0
7	-2	4	6	40	46	0
8	-1,25	3,55	2,34	31,5	33,84	12,16
9	-0,5	3,1	0,37	24,02	24,39	21,61
10	0,25	2,65	0,09	17,55	17,64	28,36
11	1	2,2	1,5	12,1	13,6	32,4
12	1,75	1,75	4,6	7,65	12,25	33,25
13	2,5	1,3	9,37	4,22	13,59	32,41
14	3,25	0,85	15,84	1,8	17,64	28,36
15	4	0,4	24	0,4	24,4	21,6
16	4,75	-0,05	33,84	0,01	33,85	12,15
17	5,5	-0,5	45,37	0,63	46	0
18	5,5	-0,5	45,37	0,63	46	0
19	5,5	-0,5	45,37	0,63	46	0
20	5,5	-0,5	45,37	0,63	46	0
21	5,5	-0,5	45,37	0,63	46	0
22	5,5	-0,5	45,37	0,63	46	0
23	5,5	-0,5	45,37	0,63	46	0
24	5,5	-0,5	45,37	0,63	46	0

Κατά τη διάρκεια της κρούσης και λόγω της ελαστικής παραμόρφωσης εμφανίζεται στο σύστημα Δυναμική Ελαστική Ενέργεια ($U_{\text{ελαστ.}}$) εις βάρος της ολικής Κινητικής Ενέργειας.

$$E = K + U \Rightarrow U = E - K \Rightarrow U_{\text{ελαστ.}} = 46 \text{ J} - K_{\text{ολ.}}$$



Καλές Διδακτικές Πρακτικές

στα μαθήματα των Φυσικών Επιστημών

Ο “ΕΣΩΤΕΡΙΚΟΣ ΚΟΣΜΟΣ” ΜΙΑΣ ΕΛΑΣΤΙΚΗΣ ΚΡΟΥΣΗΣ

ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΠΡΟΤΑΣΗ ΓΙΑ ΦΥΣΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ ΤΗΣ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΑΝΑΣΤΑΣΙΟΣ ΝΕΖΗΣ
nezistasos@gmail.com

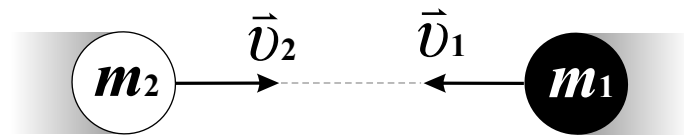
1^ο ΓΕΛ Σαλαμίνας

Σάββατο 10 Μαΐου 2014





αρχικά



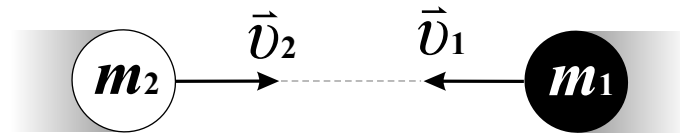
αρχικά

$$m_1 = 3 \text{ kg}$$

$$m_2 = 5 \text{ kg}$$

$$v_1 = -2 \text{ m/s}$$

$$v_2 = +4 \text{ m/s}$$



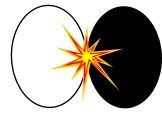
αρχικά

$$m_1 = 3 \text{ kg}$$

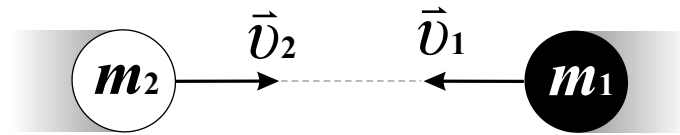
$$m_2 = 5 \text{ kg}$$

$$v_1 = -2 \text{ m/s}$$

$$v_2 = +4 \text{ m/s}$$



κρούση



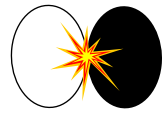
αρχικά

$$m_1 = 3 \text{ kg}$$

$$m_2 = 5 \text{ kg}$$

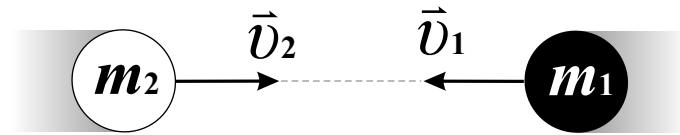
$$v_1 = -2 \text{ m/s}$$

$$v_2 = +4 \text{ m/s}$$



κρούση

Α.Δ.Ο.



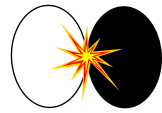
αρχικά

$$m_1 = 3 \text{ kg}$$

$$m_2 = 5 \text{ kg}$$

$$v_1 = -2 \text{ m/s}$$

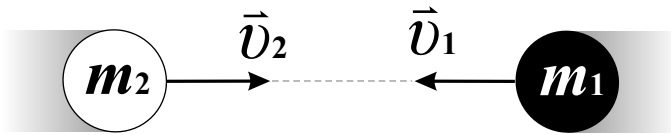
$$v_2 = +4 \text{ m/s}$$



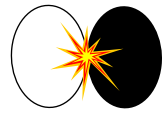
κρούση

Α.Δ.Ο.

Α.Δ.Ε.



αρχικά



κρούση

$$m_1 = 3 \text{ kg}$$

$$m_2 = 5 \text{ kg}$$

$$v_1 = -2 \text{ m/s}$$

$$v_2 = +4 \text{ m/s}$$

Α.Δ.Ο.

Α.Δ.Ε.



$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_2 + m_1} v_1 + \frac{2m_2}{m_2 + m_1} v_2$$

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_2 + m_1} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} v_2$$



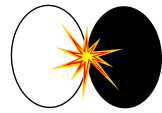
αρχικά

$$m_1 = 3 \text{ kg}$$

$$m_2 = 5 \text{ kg}$$

$$v_1 = -2 \text{ m/s}$$

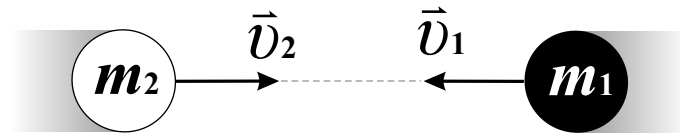
$$v_2 = +4 \text{ m/s}$$



κρούση

$$v'_1 = +5,5 \text{ m/s}$$

$$v'_2 = -0,5 \text{ m/s}$$



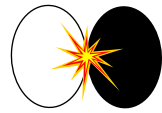
αρχικά

$$m_1 = 3 \text{ kg}$$

$$m_2 = 5 \text{ kg}$$

$$v_1 = -2 \text{ m/s}$$

$$v_2 = +4 \text{ m/s}$$



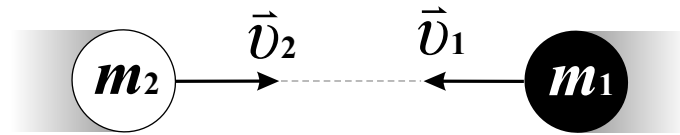
κρούση

$$v'_1 = +5,5 \text{ m/s}$$

$$v'_2 = -0,5 \text{ m/s}$$



τελικά



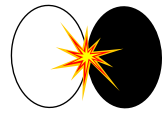
αρχικά

$$m_1 = 3 \text{ kg}$$

$$m_2 = 5 \text{ kg}$$

$$v_1 = -2 \text{ m/s}$$

$$v_2 = +4 \text{ m/s}$$



κρούση

$$v_1' = +5,5 \text{ m/s}$$

$$v_2' = -0,5 \text{ m/s}$$



τελικά

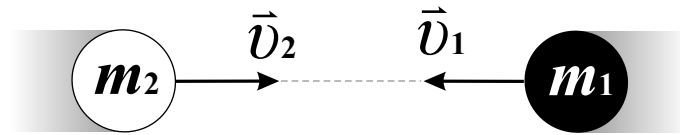
$$K_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$$

$$K_1' = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2$$

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

$$K_2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

$$K_2' = \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$$



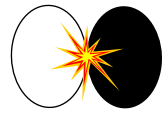
αρχικά

$$m_1 = 3 \text{ kg}$$

$$m_2 = 5 \text{ kg}$$

$$v_1 = -2 \text{ m/s}$$

$$v_2 = +4 \text{ m/s}$$



κρούση

$$v'_1 = +5,5 \text{ m/s}$$

$$v'_2 = -0,5 \text{ m/s}$$



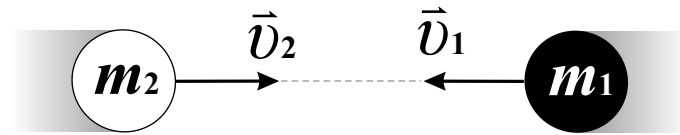
τελικά

$$K_1 = 6 \text{ J}$$

$$K_2 = 40 \text{ J}$$

$$K'_1 = 45,375 \text{ J}$$

$$K'_2 = 0,625 \text{ J}$$



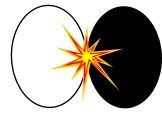
αρχικά

$$m_1 = 3 \text{ kg}$$

$$m_2 = 5 \text{ kg}$$

$$v_1 = -2 \text{ m/s}$$

$$v_2 = +4 \text{ m/s}$$



κρούση

$$v'_1 = +5,5 \text{ m/s}$$

$$v'_2 = -0,5 \text{ m/s}$$



τελικά

$$K_1 = 6 \text{ J}$$

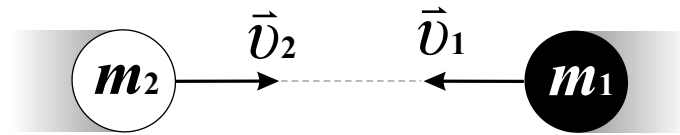
$$K_2 = 40 \text{ J}$$

$$K'_1 = 45,375 \text{ J}$$

$$K'_2 = 0,625 \text{ J}$$

$$K_{\text{ολ.}} = 46 \text{ J}$$

$$K'_{\text{ολ.}} = 46 \text{ J}$$



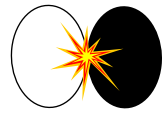
αρχικά

$$m_1 = 3 \text{ kg}$$

$$m_2 = 5 \text{ kg}$$

$$v_1 = -2 \text{ m/s}$$

$$v_2 = +4 \text{ m/s}$$



κρούση

$$v'_1 = +5,5 \text{ m/s}$$

$$v'_2 = -0,5 \text{ m/s}$$



τελικά

$$K_1 = 6 \text{ J}$$

$$K_2 = 40 \text{ J}$$

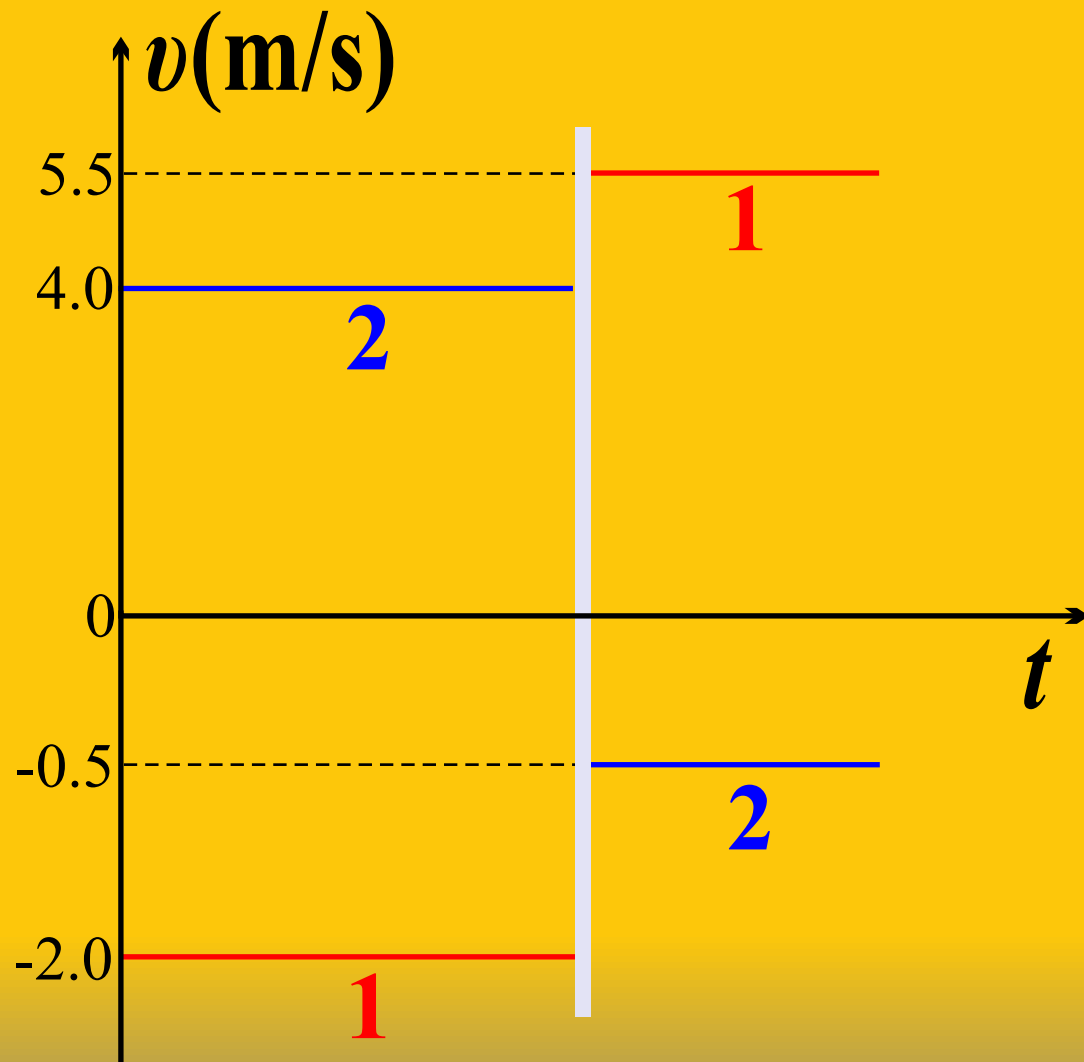
$$K'_1 = 45,375 \text{ J}$$

$$K'_2 = 0,625 \text{ J}$$

$$K_{\text{ολ.}} = 46 \text{ J}$$

$$K'_{\text{ολ.}} = 46 \text{ J}$$

A. Δ. E.

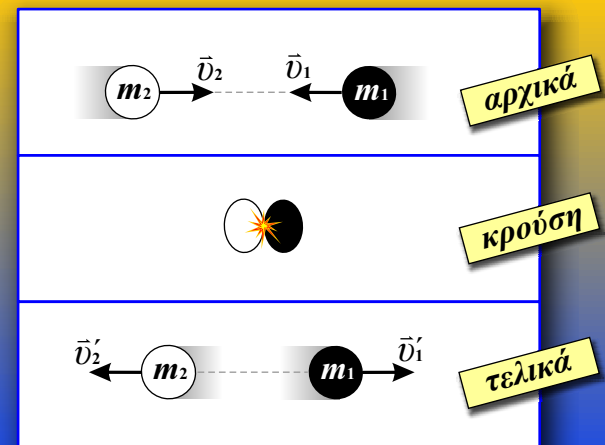


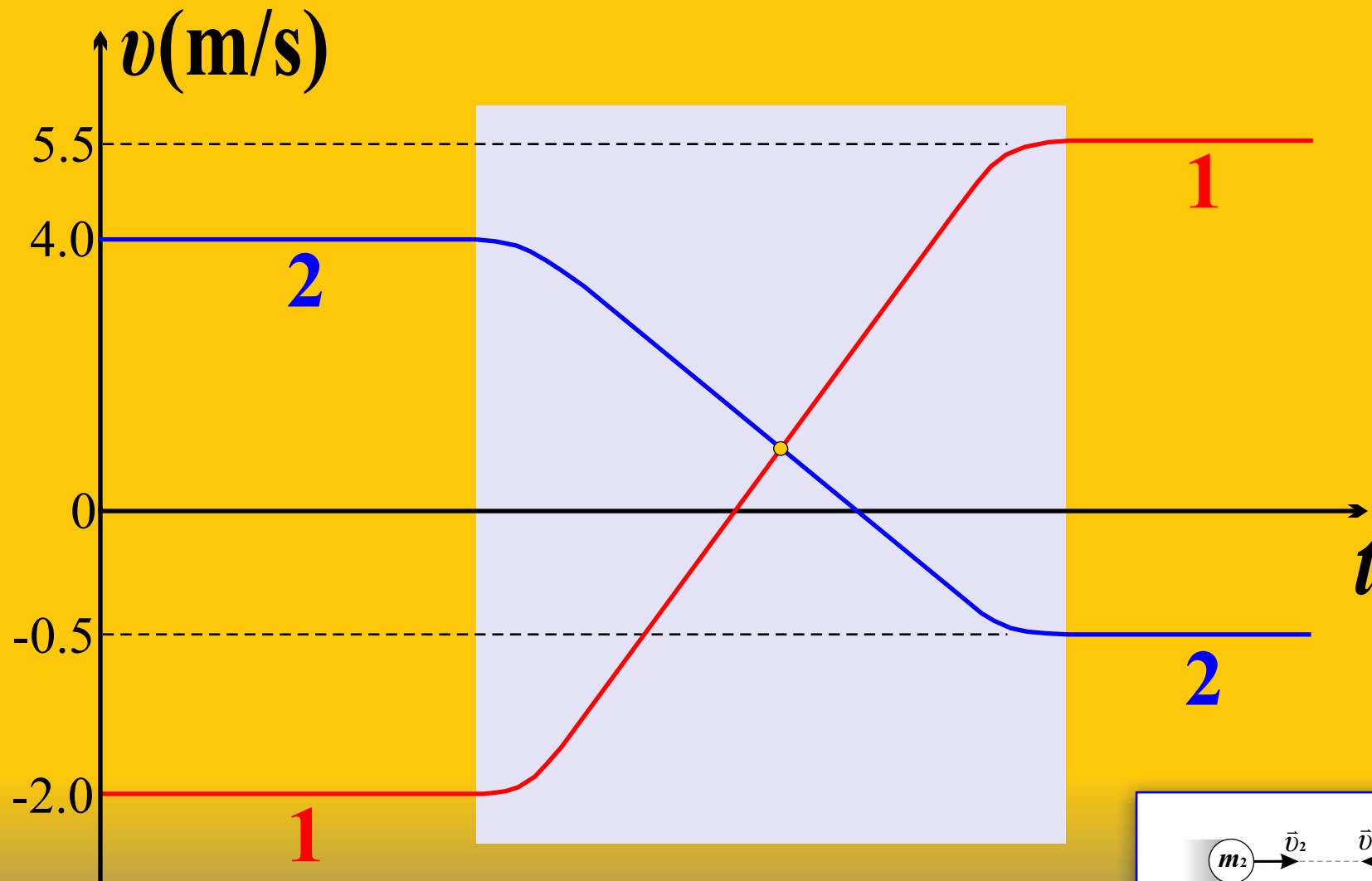
$$v_1 = -2 \text{ m/s}$$

$$v_2 = +4 \text{ m/s}$$

$$v'_1 = +5,5 \text{ m/s}$$

$$v'_2 = -0,5 \text{ m/s}$$



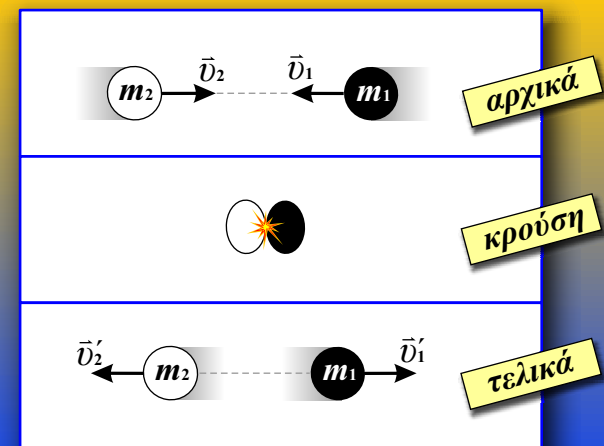


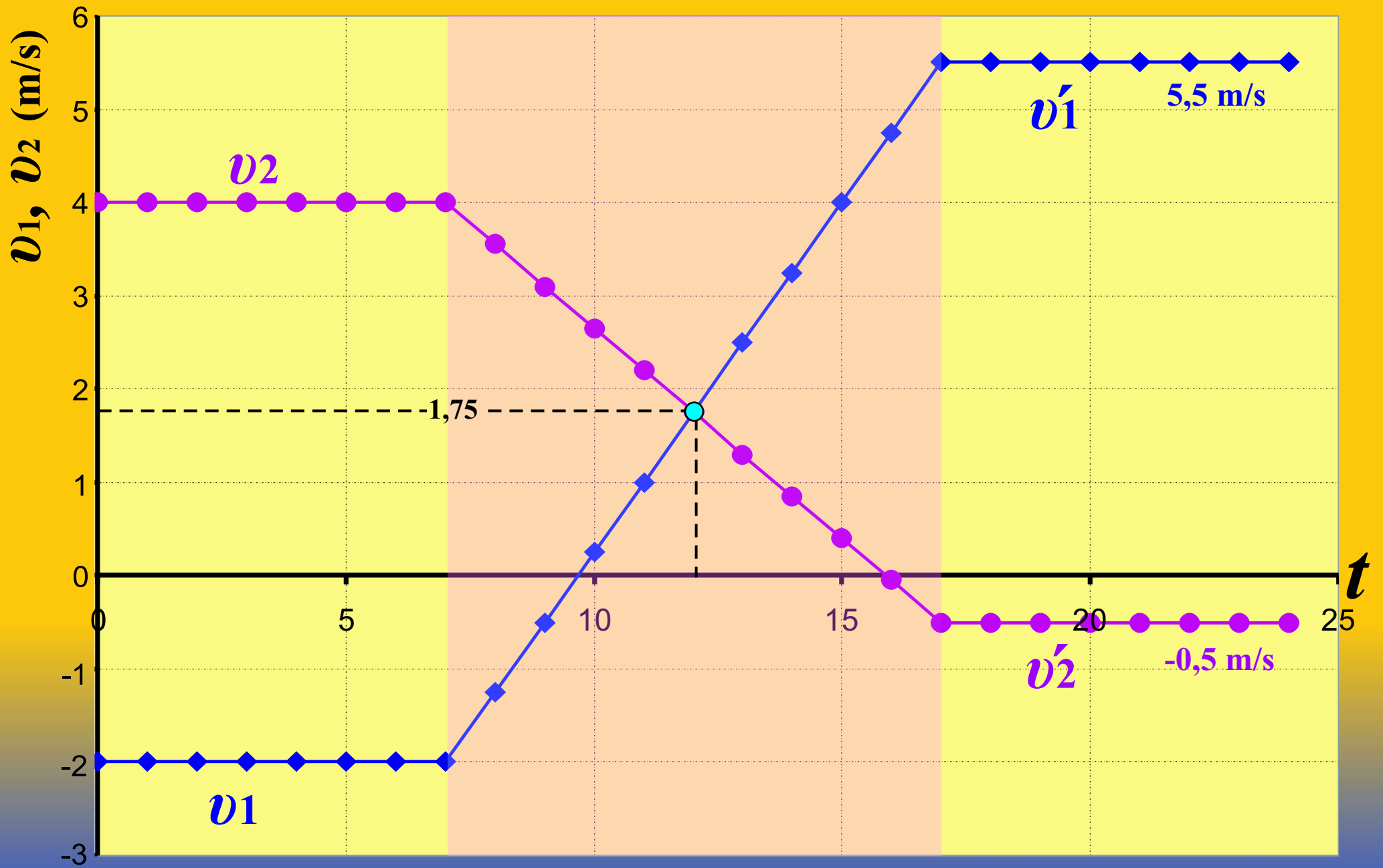
$$v_1 = -2 \text{ m/s}$$

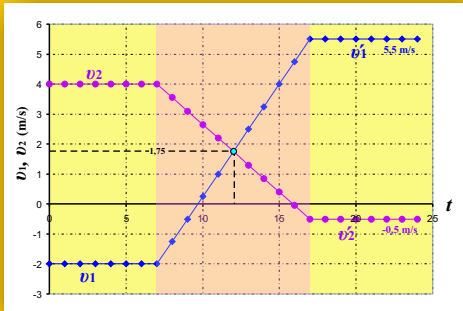
$$v_2 = +4 \text{ m/s}$$

$$v'_1 = +5,5 \text{ m/s}$$

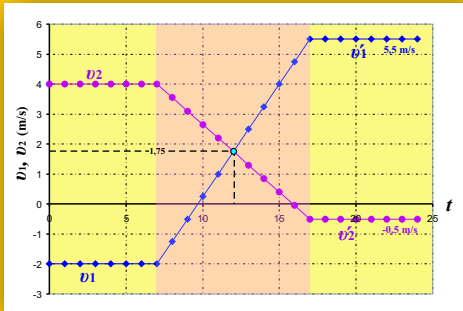
$$v'_2 = -0,5 \text{ m/s}$$







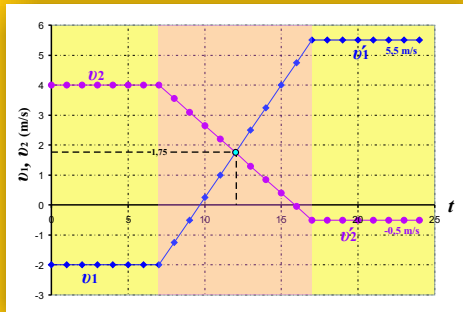
t	v_1 (m/s)	v_2 (m/s)
0	-2	4
1	-2	4
2	-2	4
3	-2	4
4	-2	4
5	-2	4
6	-2	4
7	-2	4
8	-1,25	3,55
9	-0,5	3,1
10	0,25	2,65
11	1	2,2
12	1,75	1,75
13	2,5	1,3
14	3,25	0,85
15	4	0,4
16	4,75	-0,05
17	5,5	-0,5
18	5,5	-0,5
19	5,5	-0,5
20	5,5	-0,5
21	5,5	-0,5
22	5,5	-0,5
23	5,5	-0,5
24	5,5	-0,5



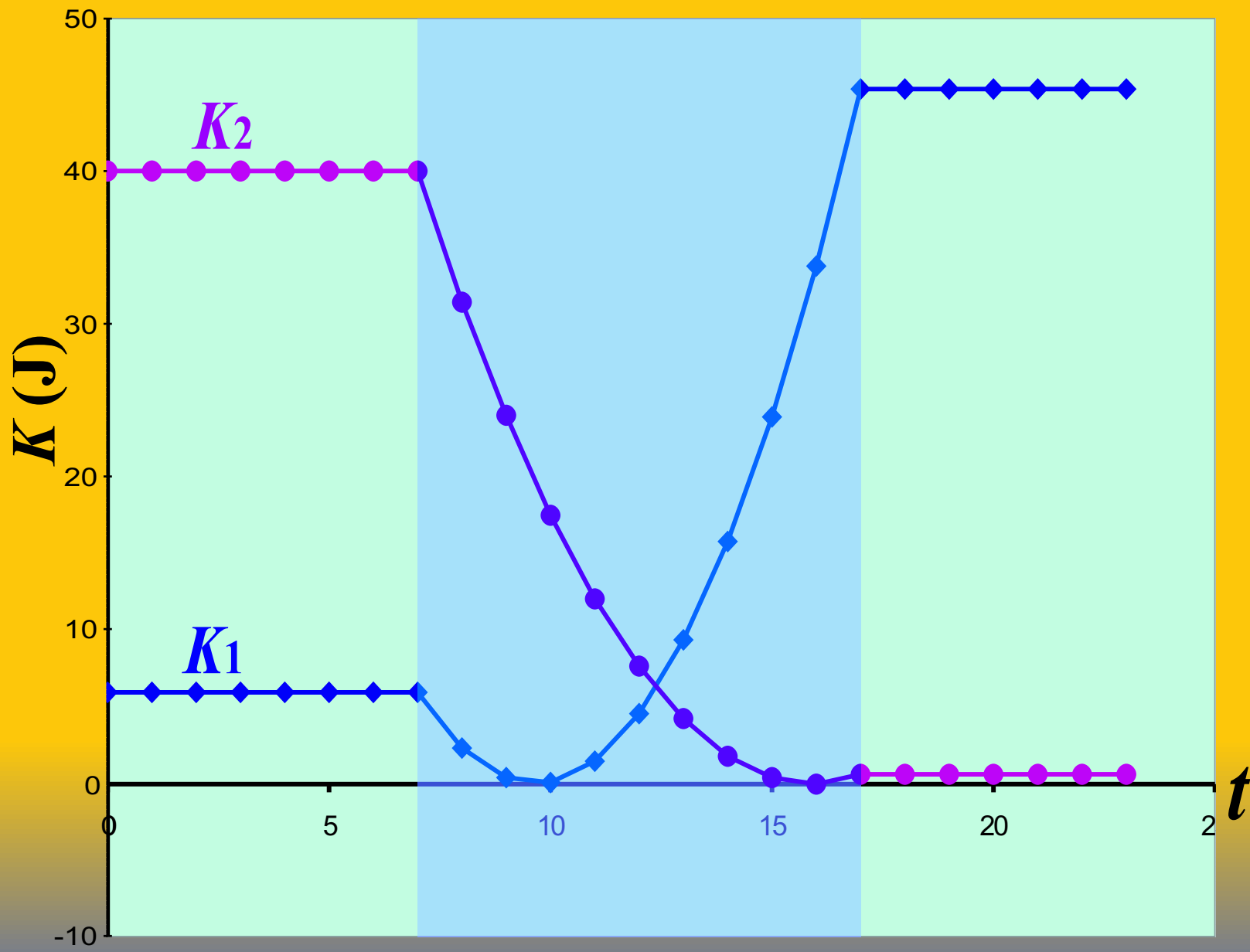
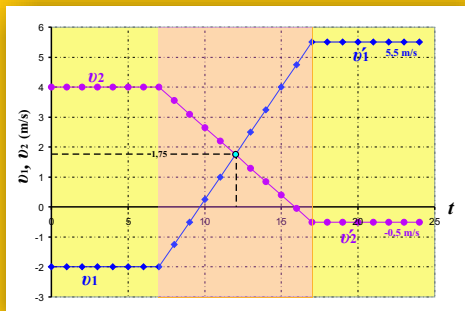
t	v_1 (m/s)	v_2 (m/s)
0	-2	4
1	-2	4
2	-2	4
3	-2	4
4	-2	4
5	-2	4
6	-2	4
7	-2	4
8	-1,25	3,55
9	-0,5	3,1
10	0,25	2,65
11	1	2,2
12	1,75	1,75
13	2,5	1,3
14	3,25	0,85
15	4	0,4
16	4,75	-0,05
17	5,5	-0,5
18	5,5	-0,5
19	5,5	-0,5
20	5,5	-0,5
21	5,5	-0,5
22	5,5	-0,5
23	5,5	-0,5
24	5,5	-0,5

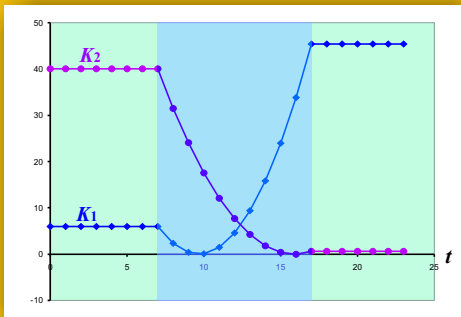
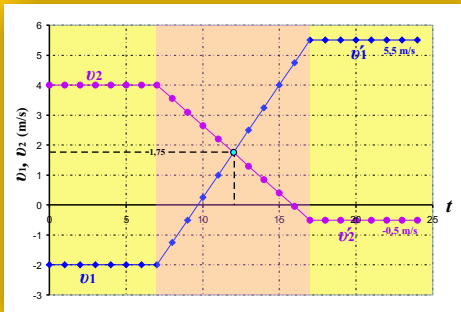
$$K_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$$

$$K_2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

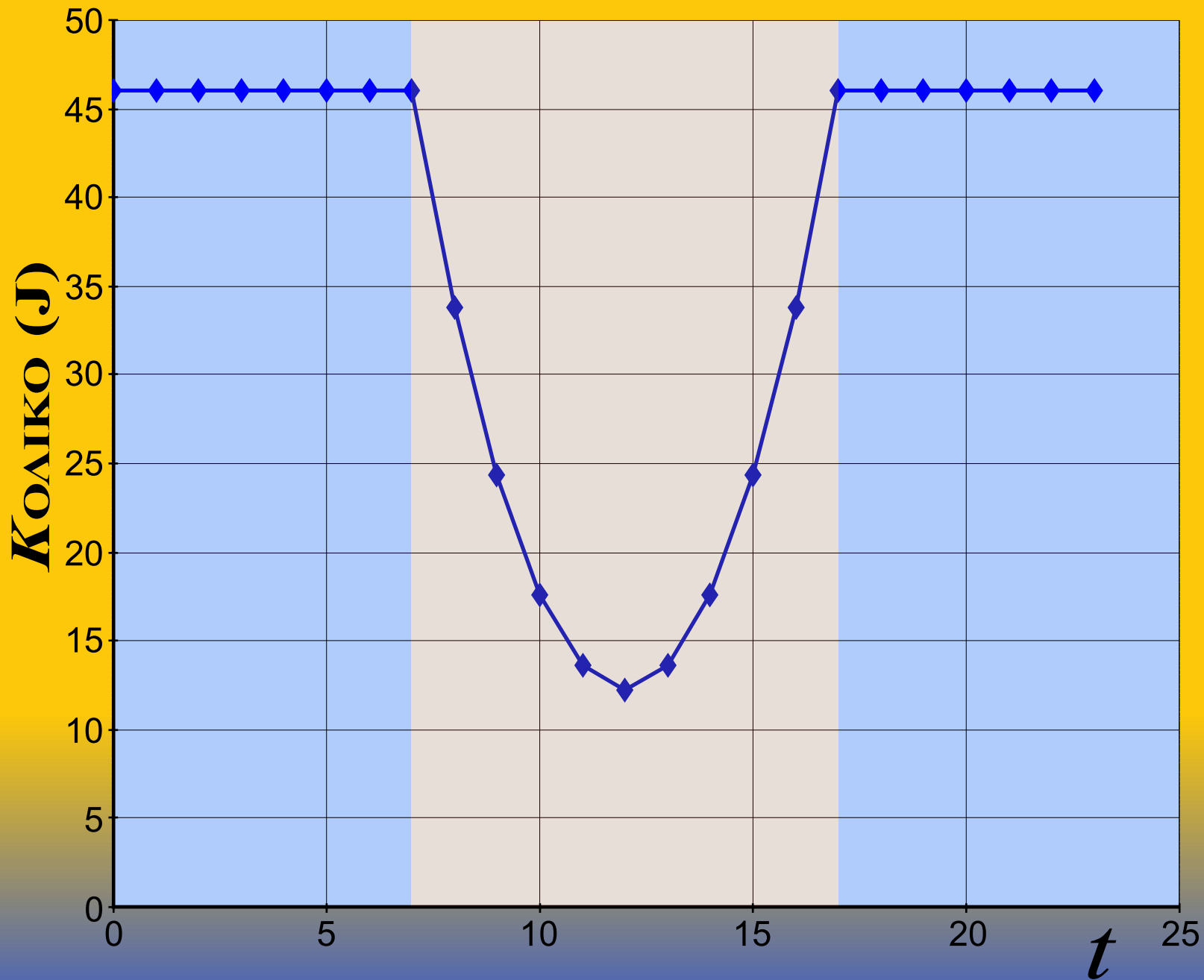
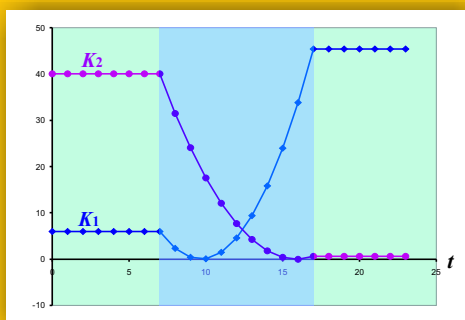
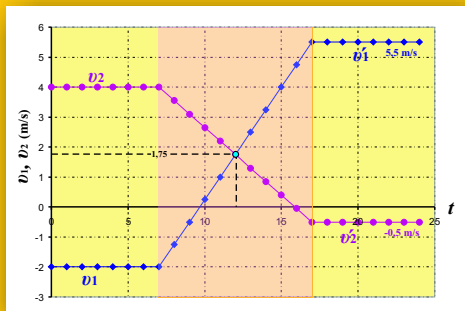


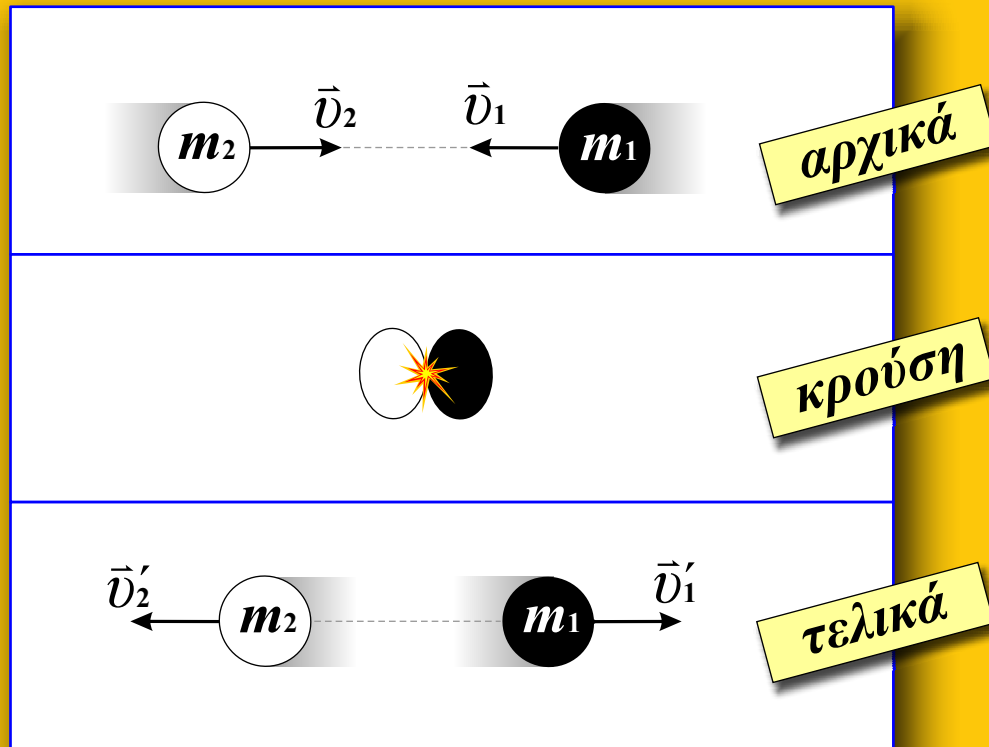
t	v_1 (m/s)	v_2 (m/s)	K_1 (J)	K_2 (J)
0	-2	4	6	40
1	-2	4	6	40
2	-2	4	6	40
3	-2	4	6	40
4	-2	4	6	40
5	-2	4	6	40
6	-2	4	6	40
7	-2	4	6	40
8	-1,25	3,55	2,34	31,5
9	-0,5	3,1	0,37	24,02
10	0,25	2,65	0,09	17,55
11	1	2,2	1,5	12,1
12	1,75	1,75	4,6	7,65
13	2,5	1,3	9,37	4,22
14	3,25	0,85	15,84	1,8
15	4	0,4	24	0,4
16	4,75	-0,05	33,84	0,01
17	5,5	-0,5	45,37	0,63
18	5,5	-0,5	45,37	0,63
19	5,5	-0,5	45,37	0,63
20	5,5	-0,5	45,37	0,63
21	5,5	-0,5	45,37	0,63
22	5,5	-0,5	45,37	0,63
23	5,5	-0,5	45,37	0,63
24	5,5	-0,5	45,37	0,63





t	K_1 (J)	K_2 (J)	$K_{\text{ολ.}}$ (J)
0	6	40	46
1	6	40	46
2	6	40	46
3	6	40	46
4	6	40	46
5	6	40	46
6	6	40	46
7	6	40	46
8	2,34	31,5	33,84
9	0,37	24,02	24,39
10	0,09	17,55	17,64
11	1,5	12,1	13,6
12	4,6	7,65	12,25
13	9,37	4,22	13,59
14	15,84	1,8	17,64
15	24	0,4	24,4
16	33,84	0,01	33,85
17	45,37	0,63	46
18	45,37	0,63	46
19	45,37	0,63	46
20	45,37	0,63	46
21	45,37	0,63	46
22	45,37	0,63	46
23	45,37	0,63	46
24	45,37	0,63	46

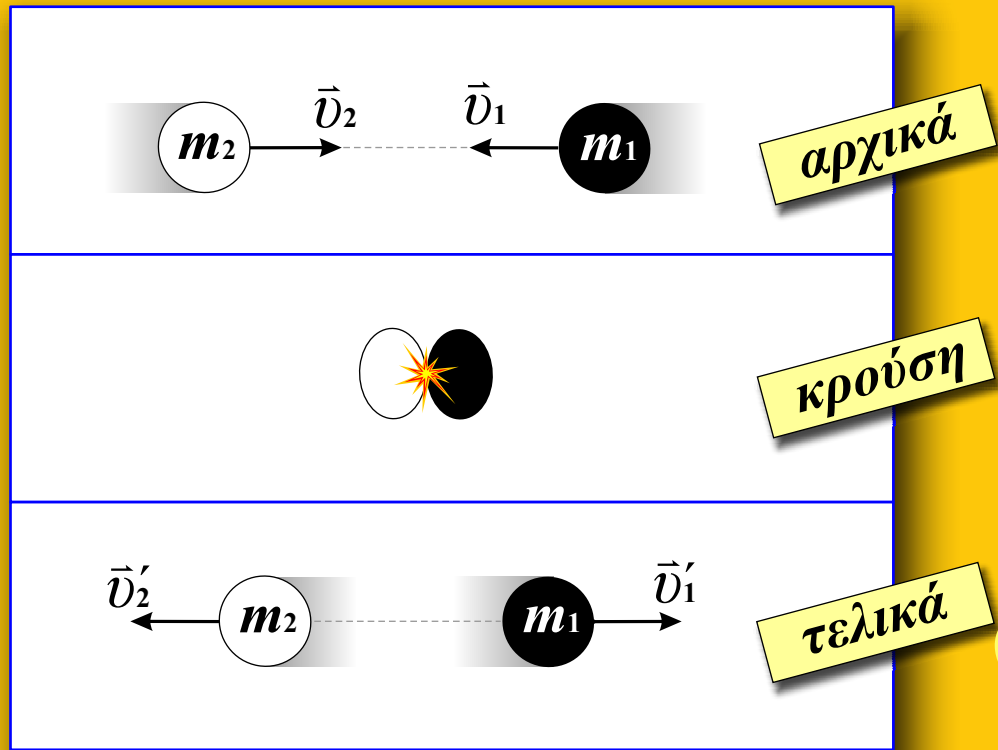




Κατά τη διάρκεια της κρούσης και λόγω της ελαστικής παραμόρφωσης εμφανίζεται στο σύστημα:

Δυναμική Ελαστική Ενέργεια
εις βάρος

της ολικής Κινητικής Ενέργειας



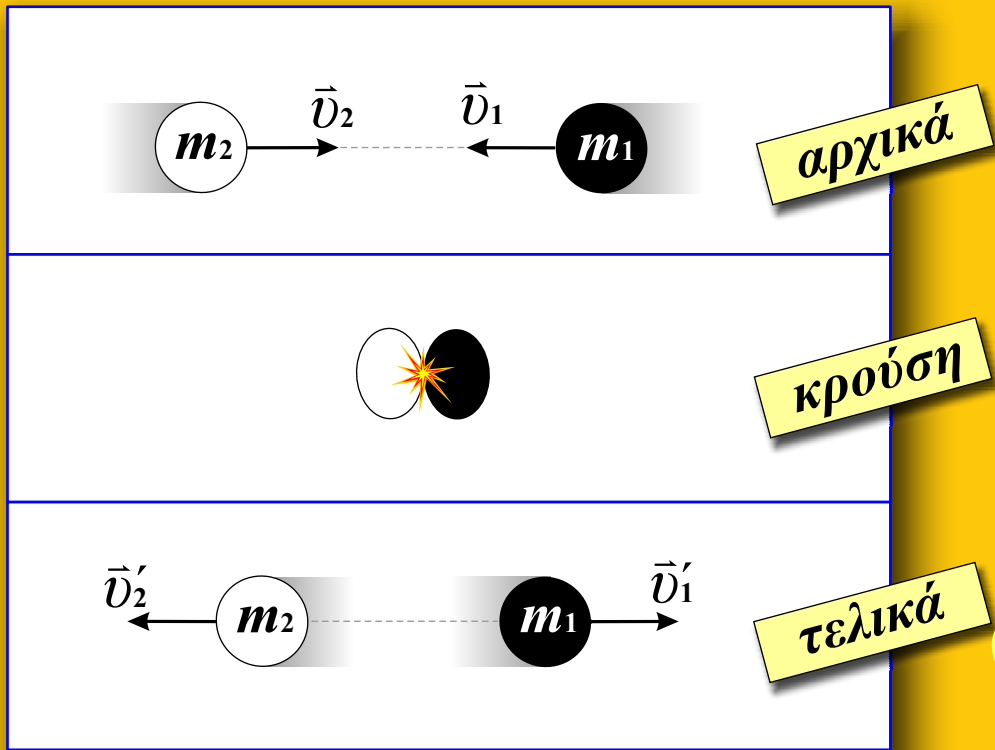
Κατά τη διάρκεια της κρούσης και λόγω της ελαστικής παραμόρφωσης εμφανίζεται στο σύστημα:

Δυναμική Ελαστική Ενέργεια
εις βάρος

της ολικής Κινητικής Ενέργειας

$$E = K + U \Rightarrow U = E - K \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U_{\text{ελαστ.}} = 46 \text{ J} - K_{\text{ΟΛ.}}$$



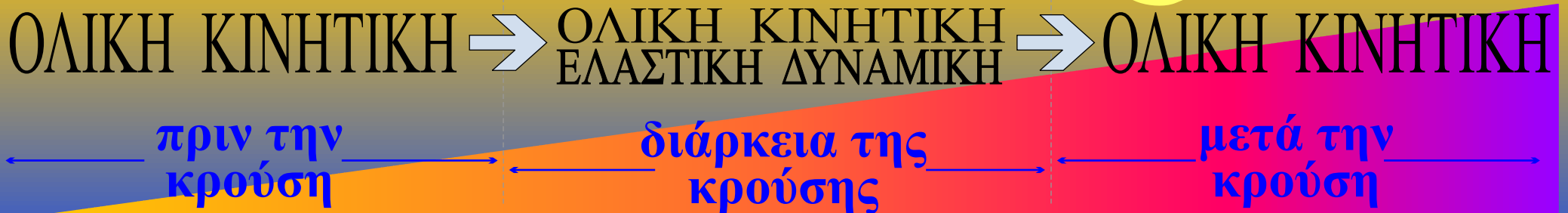
Κατά τη διάρκεια της κρούσης και λόγω της ελαστικής παραμόρφωσης εμφανίζεται στο σύστημα:

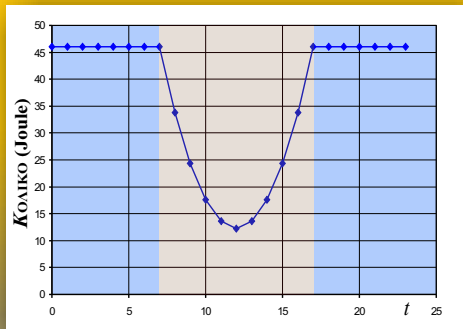
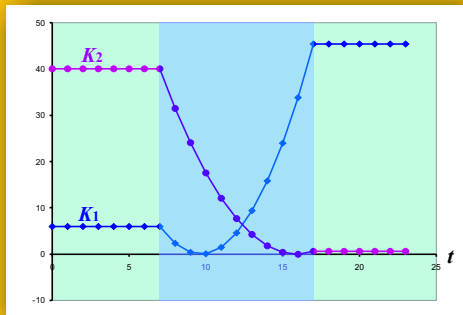
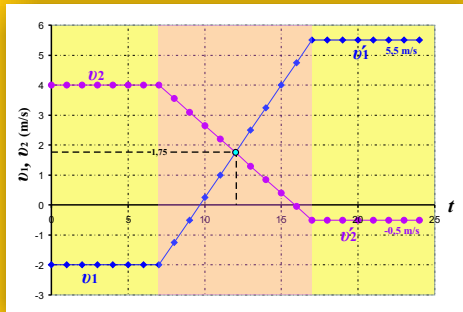
Δυναμική Ελαστική Ενέργεια
εις βάρος

της ολικής Κινητικής Ενέργειας

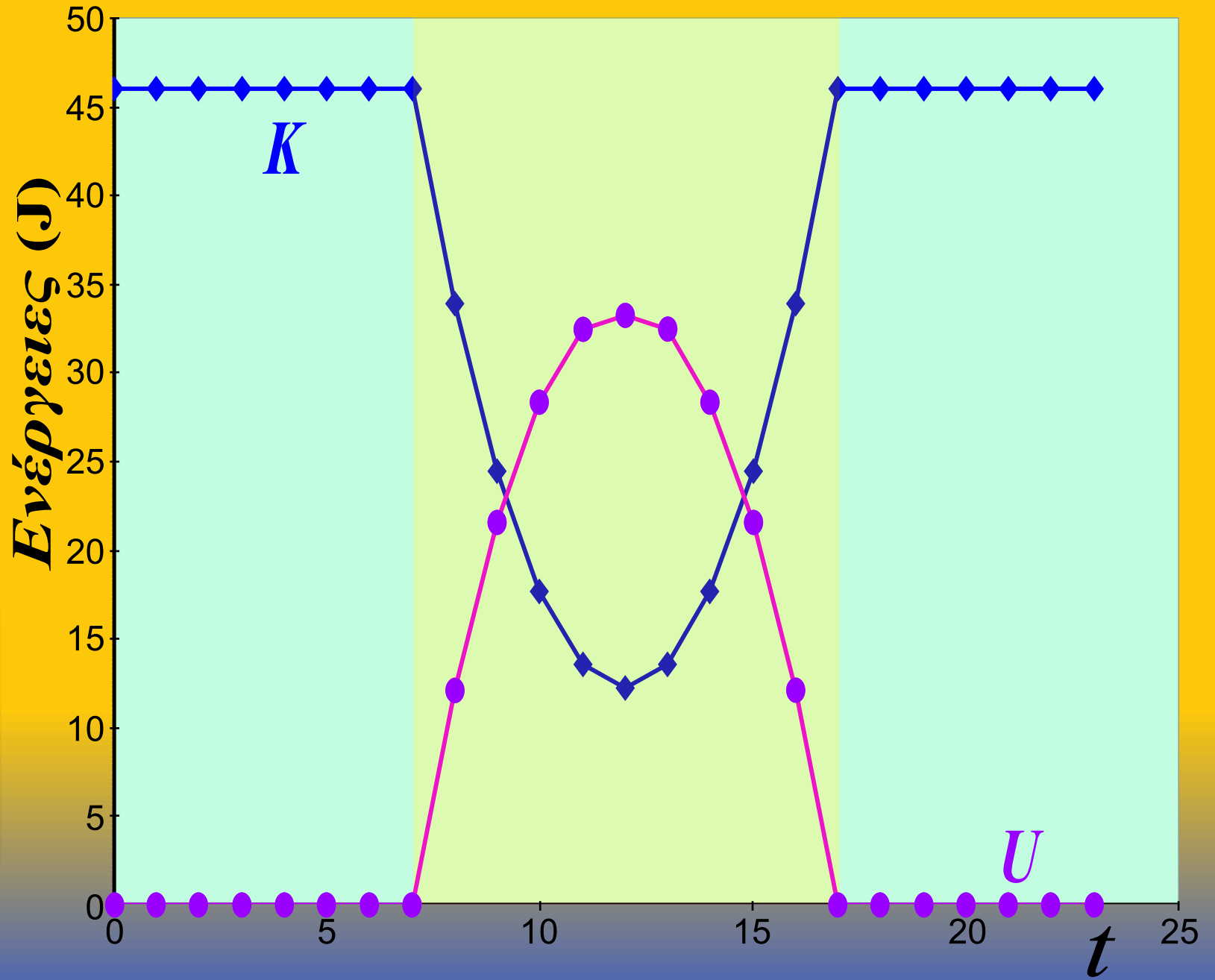
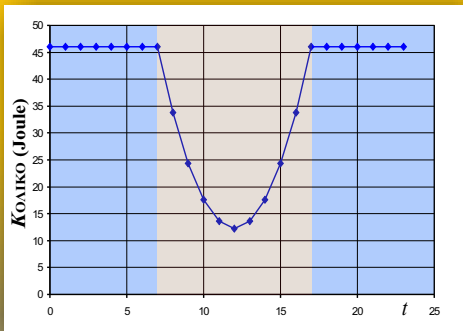
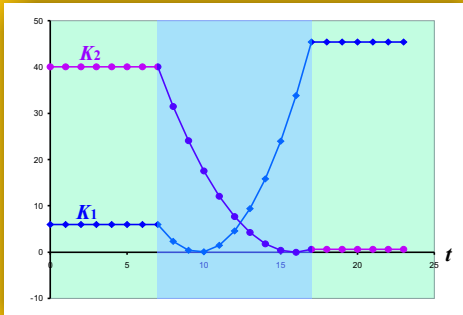
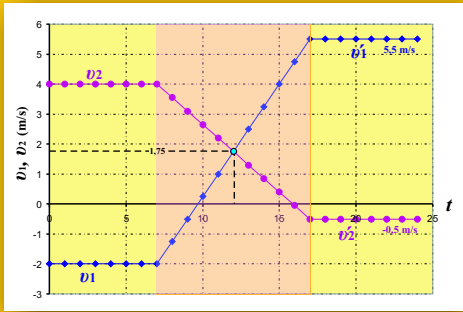
$$E = K + U \Rightarrow U = E - K \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U_{\text{ελαστ.}} = 46 \text{ J} - K_{\text{ΟΛ.}}$$





t	K_1 (J)	K_2 (J)	$K_{ολ.}$ (J)	$U_{ελαστ.}$ (J)
0	6	40	46	0
1	6	40	46	0
2	6	40	46	0
3	6	40	46	0
4	6	40	46	0
5	6	40	46	0
6	6	40	46	0
7	6	40	46	0
8	2,34	31,5	33,84	12,16
9	0,37	24,02	24,39	21,61
10	0,09	17,55	17,64	28,36
11	1,5	12,1	13,6	32,4
12	4,6	7,65	12,25	33,25
13	9,37	4,22	13,59	32,41
14	15,84	1,8	17,64	28,36
15	24	0,4	24,4	21,6
16	33,84	0,01	33,85	12,15
17	45,37	0,63	46	0
18	45,37	0,63	46	0
19	45,37	0,63	46	0
20	45,37	0,63	46	0
21	45,37	0,63	46	0
22	45,37	0,63	46	0
23	45,37	0,63	46	0
24	45,37	0,63	46	0



Ο “ΕΣΩΤΕΡΙΚΟΣ ΚΟΣΜΟΣ” ΜΙΑΣ ΕΛΑΣΤΙΚΗΣ ΚΡΟΥΣΗΣ

ΕΥΧΑΡΙΣΤΩ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΡΟΣΟΧΗ ΣΑΣ