

1. Τίτλος

«Οριζόντια Βολή: μελέτη της κίνησης και εξαγωγή της εξίσωσης της τροχιάς με τη χρήση του Interactive Physics»

2. Εμπλεκόμενες γνωστικές περιοχές

Αντικείμενο: Φυσική (γενικής παιδείας)

Τάξη: Β' Λυκείου

Ενότητα: Μηχανική

Υποενότητες: Κινήσεις, Δυνάμεις

3. Γνώσεις και αντιλήψεις μαθητών

α. Προαπαιτούμενες γνώσεις και δεξιότητες

Οι μαθητές θα πρέπει να γνωρίζουν τους τρεις νόμους του Νεύτωνα, τα γνωστά είδη κινήσεων της Α' Λυκείου [ευθύγραμμη ομαλή (ΕΟΚ), ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη (ΕΟΕΧΚ) και ελεύθερη πτώση (ΕΠ)].

Επίσης θα πρέπει να είναι εξοικειωμένοι με τους Η/Υ και ιδιαίτερα με το λογισμικό Interactive Physics 2005 το οποίο και θα χρησιμοποιήσουν. Σε αντίθετη περίπτωση προτείνεται να έχει προηγηθεί μια ώρα εκπαίδευσης πάνω στο λογισμικό με κάποια άλλη δραστηριότητα (μέσα από τις υπάρχουσες στις βιβλιοθήκες του).

β. Εναλλακτικές ιδέες μαθητών και δυσκολίες κατά τη διδασκαλία

Οι μαθητές συνήθως συναντούν δυσκολία στην κατανόηση του σχήματος της τροχιάς. Με το συγκεκριμένο σενάριο (2^ο Φ.Ε.) αφού αποτυπωθεί στην οθόνη, εξάγεται σταδιακά ως εξίσωση και τελικά κατανοούνται οι επιμέρους παράμετροί της. Επίσης μια άλλη δυσκολία που συναντούν είναι στην ισότητα των χρόνων των επιμέρους κινήσεων. Οφείλεται στην εγγενή δυσκολία του ανθρώπου να αντιληφθεί γρήγορες κινήσεις. Σταδιακά, μέσα από το σενάριο (1^ο Φ.Ε.) ξεκαθαρίζεται και αυτό.

Οι εναλλακτικές ιδέες των μαθητών για την οριζόντια βολή (ΟΒ), σύμφωνα με την εγχώρια και τη διεθνή βιβλιογραφία καθώς και σύμφωνα με τις προσωπικές μας εμπειρίες μέσα στην τάξη είναι:

1. Όσο πιο μεγάλη είναι η μάζα του σώματος τόσο μικρότερο είναι το βεληνεκές του. Σπανιότερα υπάρχει και η ακριβώς αντίθετη άποψη (η οποία στηρίζεται στην έννοια της αδράνειας).
2. Η ΟΒ είναι καμπύλη, άρα μεγαλύτερη διαδρομή, άρα θα πραγματοποιηθεί σε περισσότερο χρόνο.
3. Η ΕΠ είναι επιταχυνόμενη άρα θα πραγματοποιηθεί ταχύτερα από την ΕΟΚ.
4. Η ΟΒ είναι η ίδια σε όλα τα βαρυτικά πεδία.

5. Όσο μεγαλύτερο το αρχικό ύψος, τόσο μικρότερο το βεληνεκές.

6. Το σχήμα της τροχιάς είναι «τμήμα κύκλου».

Τις τρεις πρώτες εναλλακτικές ιδέες τις διαχειριζόμαστε στο 1^ο Φ.Ε. και τις τρεις επόμενες στο 2^ο.

4. Στόχοι

- I. Η ανάπτυξη της ικανότητας των μαθητή να αντιμετωπίζει λογικά τα διάφορα θέματα.
- II. Η απόκτηση της ικανότητας να αναγνωρίζει ο μαθητής τη σχέση που έχουν οι Φυσικές Επιστήμες (Science) με τα Μαθηματικά και ότι η μαθηματική γλώσσα είναι το εργαλείο περιγραφής των νόμων της φύσης.
- III. Η γνωριμία του μαθητή με τον επιστημονικό τρόπο σκέψης και την επιστημονική μεθοδολογία (παρατήρηση, συγκέντρωση – αξιοποίηση πληροφοριών από διάφορες πηγές, διατύπωση υποθέσεων, πειραματικό έλεγχό τους, ανάλυση και ερμηνεία δεδομένων, εξαγωγή συγκερασμάτων, ικανότητα γενίκευσης καθώς και κατασκευής προτύπων).
- IV. Η συνειδητοποίηση από το μαθητή της αξίας της μάθησης: να μαθαίνει πώς να μαθαίνει, να συνεργάζεται και να συμβιώνει με τους άλλους, να λύνει προβλήματα και να παίρνει αποφάσεις, να αναπτύσσεται ως άτομο και ως πολίτης, και τέλος να συνειδητοποιεί ότι η μάθηση είναι μία διαδικασία, η οποία πρέπει να τον συνοδεύει σε όλη του τη ζωή (δια βίου μάθηση).
- V. Να εξοικειωθούν με τις έννοιες: εξίσωση της τροχιάς, παραβολική τροχιά, βεληνεκές, χρόνος πτήσης.
- VI. Να κατανοήσουν τις έννοιες «εξαρτάται» και «είναι ανεξάρτητο» καθώς και τα διάφορα είδη εξαρτήσεων (ανάλογα, αντιστρόφως ανάλογα, αναλογίες με ρίζα ή με τετράγωνο κλπ).
- VII. Να αντιληφθούν ότι ένα μέγεθος μπορεί να εξαρτάται από περισσότερα του ενός μεγέθη και να συνδυάσουν όλες αυτές τις εξαρτήσεις με μια σταθερά αναλογίας.
- VIII. Να χρησιμοποιούν πολλαπλές αναπαραστάσεις (πίνακας τιμών και γραφική παράσταση μαζί) για να περιγράψουν το είδος εξάρτησης ενός μεγέθους από ένα άλλο.
- IX. Να κατανοήσουν τα προβλήματα ακρίβειας κατά τις μετρήσεις σε ένα πείραμα.
- X. Να εξοικειωθούν με τη διαδικασία της στρογγυλοποίησης.
- XI. Να κατανοήσουν την αρχή της επαλληλίας των κινήσεων.
- XII. Να κατανοήσουν την ανεξαρτησία της ΟΒ από τη μάζα του σώματος.
- XIII. Να εμπεδώσουν τη διαδικασία της επιστημονικής μεθόδου κατά την οποία κρατάμε όλα τα μεγέθη εκτός από ένα, το οποίο και μεταβάλλουμε για να βρούμε πως εξαρτάται το βασικό μέγεθος από αυτό.

5. Λογισμικό

Για το σενάριο αυτό θα χρησιμοποιήσουμε το λογισμικό Interactive Physics 2005 και συγκεκριμένα μια εφαρμογή φτιαγμένη εξ αρχής από εμάς για τις ανάγκες των δύο φύλλων εργασίας. Η εφαρμογή περιλαμβάνει:

- μια μπάλα η οποία βάλλεται από συγκεκριμένο ύψος
- τρία «κουμπιά-δείκτες» που ρυθμίζουν αντίστοιχα: «μάζα», «αρχική ταχύτητα», αρχικό ύψος»
- «κουμπί» που ρυθμίζει την «επιτάχυνση της βαρύτητας» του τόπου
- δύο μικρά παράθυρα που δείχνουν αντίστοιχα: «χρόνο κίνησης» και «βεληνεκές».

η προστιθέμενη παιδαγωγική αξία του συγκεκριμένου λογισμικού έγκειται στο ότι αποτελεί εναλλακτική λύση στην έλλειψη εργαστηριακού υλικού. Παρέχει δυνατότητα, μέσω πολλαπλών αναπαραστάσεων, μεγάλου αριθμού μετρήσεων από τους ίδιους τους μαθητές που θα ήταν αδύνατον να πραγματοποιηθούν στο πραγματικό εργαστήριο μέσα σε μια διδακτική ώρα. Αποφεύγονται πιθανοί κίνδυνοι από τη χρήση των πραγματικών οργάνων και συσκευών. Απαλλάσσει από σφάλματα μετρήσεων των οργάνων.

6. Διάρκεια

Για την πραγματοποίηση του παρόντος σεναρίου θα χρειαστούμε δύο διδακτικές ώρες οι οποίες θα οργανωθούν ως εξής:

1η διδακτική ώρα: Φ.Ε.-I (ολοκλήρωση) και Φ.Ε.-II (1^η σελίδα του)

2η διδακτική ώρα: Φ.Ε.-II (ολοκλήρωση).

7. Οργάνωση της Τάξης - Απαιτούμενη υλικοτεχνική υποδομή:

Το σενάριο θα πραγματοποιηθεί στο εργαστήριο πληροφορικής. Οι μαθητές οργανωμένοι σε ομάδες των δύο (2) ή το πολύ των τριών (3) ατόμων. Κάθε ομάδα θα βρίσκεται μπροστά σε έναν Η/Υ και θα έχει στη διάθεσή της τα δύο Φ.Ε. Ο καθηγητής θα επιτελεί επικουρικό ρόλο χρησιμοποιώντας ενίοτε τον πίνακα για τυχών απορίες.

Εναλλακτικά το σενάριο μπορεί να πραγματοποιηθεί στο εργαστήριο Φυσικών Επιστημών με τη χρήση ενός Η/Υ και ενός βιντεοπροβολέα και οθόνης τοίχου. Σε αυτή τη περίπτωση προτείνεται κάθε δραστηριότητα να πραγματοποιείται στον Η/Υ από διαφορετική ομάδα μαθητών ώστε να ενισχυθεί το αίσθημα της συμμετοχής στη διαδικασία.

8. Περιγραφή Σεναρίου:

- ❖ Πυρήνας της διδασκαλίας είναι δύο φύλλα εργασίας.
- ❖ Μέθοδος διδασκαλίας: Χρησιμοποιείται το μοντέλο της ανακαλυπτικής μάθησης -παρατήρηση, πρόβλεψη, πείραμα, γενίκευση-, που σε συνδυασμό με

τις «ιδέες των μαθητών» οδηγεί στο εποικοδομητικό μοντέλο που αποδέχεται ότι η γνώση κατασκευάζεται από τον ίδιο τον μαθητή καθώς αυτός αλληλεπιδρά με το περιβάλλον. Κατά την αλληλεπίδραση μαθητών – εκπαιδευτικού: (συνεργατική διδασκαλία), αναπτύσσονται ικανότητες επικοινωνίας και συνεργασίας μεταξύ των μαθητών.

❖ Στρατηγική διδασκαλίας – ροή μαθήματος:

➤ **ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ I:** *(αρχή της επαλληλίας των κινήσεων και εξάρτηση της κίνησης από τη μάζα)*

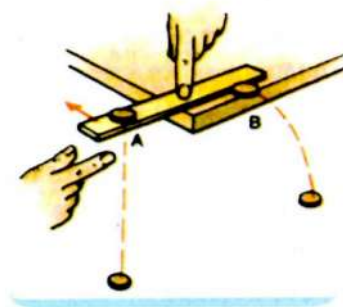
–Ξεκινάμε το μάθημα με την πραγματοποίηση ενός απλού πραγματικού πειράματος: βάλλουμε ένα μπαλάκι ή αυτοκινητάκι πάνω σε ένα θρανίο (ή στην έδρα) έτσι ώστε να πέσει από την άκρη του (της) στο πάτωμα. Επισημαίνουμε στους μαθητές ότι η κίνηση είναι διαφορετική από την αρχική (που είναι οριζόντια και ευθύγραμμη) και διαφορετική από μια ελεύθερη πτώση.

–Στη συνέχεια αρχίζουμε με το Φ.Ε. και οι μαθητές διαβάζουν στη εισαγωγή για τις τρεις κινήσεις (ΟΒ, ΕΠ, ΕΟΚ).

–Υπάρχουν τρεις ερωτήσεις με τις οποίες διαχειριζόμαστε τις εναλλακτικές ιδέες 2 και 3 και προετοιμάζουμε το έδαφος για την κάλυψη του XI-στόχου.

–Ακολουθεί η διαδικασία με τη χρήση του λογισμικού Interactive Physics 2005 κατά την οποία, από τα βήματα 1 και 2, εξάγουμε συμπέρασμα που απαντά στην 1^η ερώτηση (ο χρόνος της ΟΒ είναι ίδιος με τον χρόνο ΕΠ).

–Στο σημείο αυτό, επικουρικά μπορούμε να πραγματοποιήσουμε το γνωστό πείραμα με τα κέρματα και τον χάρακα: ταυτόχρονη εκτόξευση του ενός κέρματος, ώστε να κάνει ΟΒ και απελευθέρωση του άλλου ώστε να κάνει ΕΠ. Ακούγεται ένας ήχος πτώσης από τα δύο, άρα ο χρόνος πραγματοποίησης των δύο κινήσεων, από το ίδιο ύψος, είναι ίδιος.



–Στο βήμα 3 οι μαθητές εκτελούν μια απλή πράξη με την εξίσωση της ΕΟΚ ($x=ut$) ώστε, χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα των προηγούμενων δύο βημάτων να καταλήξουν στο ότι και ο χρόνος της ΕΟΚ είναι ίδιος. Έτσι ελέγχουν και τις απαντήσεις τους στην 2^η και 3^η ερώτηση.

–Ομαδοποιώντας τα παραπάνω έχουμε ένα τελικό συμπέρασμα το οποίο δίνεται ως συμπλήρωση ενός κενού και με ένα σχήμα το οποίο δείχνει τα παραπάνω. Εφιστούμε την προσοχή στους μαθητές στο σχήμα και συγκεκριμένα στις οριζόντιες και κάθετες γραμμές που ενώνουν τα ίχνη της ΕΠ και ΕΟΚ αντίστοιχα με τα ίχνη της «πραγματικής κίνησης», της ΟΒ.

–Συνεχίζουμε με τον έλεγχο για τη μάζα (βήμα 4). Θα διαχειριστούμε την εναλλακτική ιδέα 1. Πραγματοποιούμε πείραμα ΟΒ με διαφορετικές μάζες, ίδια

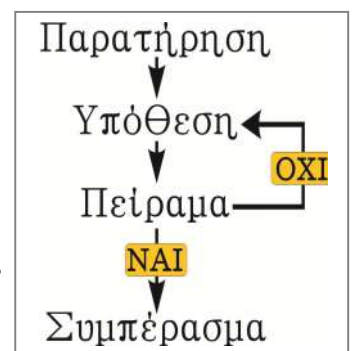
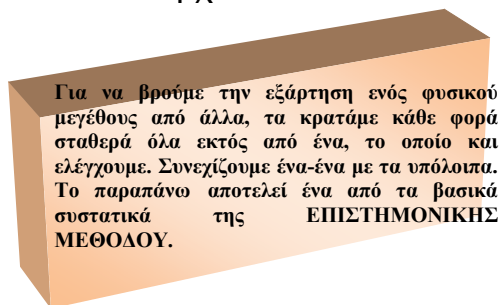
αρχική ταχύτητα και αρχικό ύψος και συμπληρώνοντας τον πίνακα βλέπουμε την ανεξαρτησία της κίνησης από τη μάζα. Έτσι καλύπτουμε τους στόχους VI και XII.

►ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ II: (κατασκευή της εξίσωσης της τροχιάς)

–Έχοντας δει οι μαθητές τις καμπύλες που σχηματίζει η τροχιά της OB, από τις προηγούμενες δραστηριότητες, ρωτάμε τι πιστεύουν για το σχήμα της τροχιάς. Μπορούμε να βοηθήσουμε αναφέροντας τις γνωστές (από τα μαθηματικά) καμπύλες: κύκλος, έλλειψη, παραβολή, υπερβολή,... Έτσι ξεκινάμε και διαχειριζόμαστε την εναλλακτική ιδέα 6.

–Στη συνέχεια διαβάζουν στην εισαγωγή τον τρόπο με τον οποίο πρέπει να εργαστούν για να βρουν τη σωστή εξίσωση της τροχιάς και τελικά να την περιγράψουν με μια μαθηματική συνάρτηση $y=f(x)$.

–Στο σημείο αυτό (αναφερόμενοι στον στόχο III) επισημαίνουμε στους μαθητές το μικρό κείμενάκι που υπάρχει σε πλαίσιο στο Φ.Ε.:



και τους περιγράφουμε εν συντομία τα βασικά βήματα της επιστημονικής μεθόδου (όπως αυτά εφαρμόστηκαν για πρώτη φορά από τον Γαλιλαίο):

•Ξεκινάμε την πειραματική διαδικασία με τον έλεγχο για τη θέση γ.

–Αρχικά έχουμε μια συμπλήρωση κενού που σχετίζεται με τον στόχο XIII.

–Με μια ερώτηση που στηρίζεται στην κοινή λογική ζητάμε από τους μαθητές αρχικά να προβλέψουν ποιοτικά και στη συνέχεια αναλογικά την εξάρτηση του βεληνεκούς x από το ύψος y . Έτσι διαχειριζόμαστε την εναλλακτική ιδέα 5 και ξεκινάμε να καλύπτουμε τους στόχους V και VII. Η επιλογή των δυνατών απαντήσεων εξάρτησης του y από το x έχει να κάνει με τις γνωστές συναρτήσεις, οι οποίες είναι οικίες στους μαθητές, από το μάθημα των μαθηματικών προηγούμενων τάξεων.

–Εκτελούμε το πείραμα και συλλέγουμε δεδομένα σύμφωνα με το Φ.Ε.

–Ζητάμε στρογγυλοποίηση των αριθμών (στόχος X) ώστε να φανεί η αναλογία πιο καθαρά.

–Κάνουμε τη γραφική παράσταση $x = f(\sqrt{y})$ και τελικά,

–καταλήγουμε στο συμπέρασμα (κοιτάζοντας και τον πίνακα και το διάγραμμα: στόχος VIII) της αναλογίας $x \propto \sqrt{y}$.

• *Συνεχίζουμε την πειραματική διαδικασία με τον έλεγχο για την αρχ. ταχύτητα u_0 .*

– Αρχικά έχουμε πάλι μια συμπλήρωση κενού που σχετίζεται με τον στόχο XIII.

– Και πάλι μια ερώτηση κοινής λογικής για ποιοτική και αναλογική απάντηση όπως και πριν (στόχος VI).

– Εκτελούμε τη συνέχεια του πειράματος σύμφωνα με το Φ.Ε. και συλλέγουμε δεδομένα στον πίνακα τιμών. Και πάλι ζητάμε στρογγυλοποίηση (στόχος X).

– Τέλος κάνουμε τη γραφική παράσταση $x-u_0$ και από τον πίνακα τιμών και τη γραφική συνάγουμε (στόχος VIII) το συμπέρασμα της αναλογίας $x \propto u_0$.

• *Το τελευταίο πειραματικό μέρος αφορά την εξάρτηση από την επιτάχυνση της βαρύτητας.* Εδώ φαίνεται ακόμη μια προστιθέμενη αξία του συγκεκριμένου λογισμικού, μιας και δεν θα μπορούσαμε να εκτελέσουμε το παρακάτω πείραμα σε κανένα πραγματικό εργαστήριο (τουλάχιστον όχι για τους επόμενους 5 με 6 αιώνες...).

– Έχουμε και πάλι μια ερώτηση κοινής λογικής με ποιοτική (συμπλήρωση κενού) και αναλογική (πολλαπλή επιλογή) απάντηση.

– Εδώ η πειραματική διαδικασία που περιγράφεται στο Φ.Ε. είναι λίγο πολύπλοκη, ακριβώς γιατί και η εξάρτηση που ζητάμε είναι πολύπλοκη.

– Για να διευκολύνουμε τους μαθητές έχουμε φτιάξει το διάγραμμα της γραφικής παράστασης έτσι ώστε να συμπληρωθεί πιο εύκολα.

– Έτσι στο τέλος (από τον πίνακα τιμών και τη γραφική παράσταση) συνάγεται η αναλογία $x^2 \propto 1/g \Rightarrow x \propto 1/\sqrt{g}$.

• Συνδυάζοντας τώρα τα τρία προηγούμενα αποτελέσματα ζητάμε από τους μαθητές να καταλήξουν στο εξής:

$$\left. \begin{array}{l} x \propto \sqrt{y} \\ x \propto u_0 \\ x \propto 1/\sqrt{g} \end{array} \right\} \Rightarrow x \propto u_0 \sqrt{\frac{y}{g}}$$

– Επειδή η παραπάνω διαδικασία σύνθεσης αναλογιών δεν αναφέρεται στα σχολικά βιβλία, θα ήταν καλό ο καθηγητής να βοηθήσει λίγο παραπάνω εδώ.

– Εξηγούμε μετά ότι μια αναλογία γίνεται ισότητα με την προσθήκη μιας σταθεράς και επομένως καταλήγουμε στη σχέση $x = C u_0 \sqrt{y/g}$. Με εφαρμογή συγκεκριμένων τιμών ($g=10 \text{ m/s}^2$, $y=10 \text{ m}$, $u_0=1 \text{ m/s}$) εκτελούμε για μια τελευταία φορά το πείραμα και βρίσκουμε $x=1.415 \text{ m}$ το οποίο ισούται με το C ($x = C 1 \sqrt{10/10} = C$).

– Ζητάμε από τους μαθητές να κάνουν τις πράξεις και να βρουν το C και τελικά να καταλήξουν στη σχέση $x = 1.415 u_0 \sqrt{y/g}$. Επειδή όμως ζητάμε την εξίσωση της τροχιάς $y=f(x)$, ζητάμε μια τελευταία πράξη αντιστροφής και λύνοντας ως προς y (με $1.415^2 \approx 2$) έχουμε το τελικό αποτέλεσμα: $y = (g/2u_0^2)x^2$ που είναι η γνωστή μας εξίσωση παραβολικής τροχιάς στη οριζόντια βολή.

•Αναστοχαζόμενοι, κάνουμε μια θεωρητική επαλήθευση των παραπάνω, εξάγοντας την εξίσωση της τροχιάς με θεωρητικό τρόπο, από τις εξισώσεις των επιμέρους κινήσεων. Και καταλήγουμε συμπερασματικά με ένα μικρό κείμενο συμπλήρωσης κενών το οποίο περιλαμβάνει όλη την ουσία σχετικά με την αρχή της επαλληλίας των κινήσεων και την εφαρμογή της στην ΟΒ.

9. Φύλλα Εργασίας:

Τα δύο φύλλα εργασίας επισυνάπτονται στο τέλος. Με Ctrl-click μπορείτε να μεταβείτε στο καθένα από εδώ:

[Φύλλο Εργασίας I](#)

[Φύλλο Εργασίας II](#)

10. Πρόσθετες πληροφορίες:

Στη [παράγραφο 1.2 της Φυσικής Β' Γυμνασίου](#) και στη [παράγραφο 1.2.7 της Φυσικής Α' Λυκείου](#) αναφέρεται ότι η ΕΠ των σωμάτων είναι ανεξάρτητη της μάζας των σωμάτων (πείραμα Γαλιλαίου στον πύργο της Πίζας). Με την παρούσα προσομοίωση μπορούμε να πραγματοποιήσουμε εικονικά τα παραπάνω: στο Φ.Ε.–I, στη διαδικασία-4 (έλεγχος για τη μάζα m), βάζουμε $u_0=0$ και εκτελούμε τη διαδικασία, ελέγχοντας κάθε φορά τον χρόνο πτώσης.

Επίσης στα πλαίσια ενός project (αφού δεν προβλέπεται από το ΑΠΣ) θα μπορούσαμε να μελετήσουμε την πλάγια βολή, τροποποιώντας την προσομοίωση και με κάθετη αρχική ταχύτητα (u_{0y}).

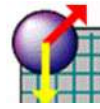
Θα μπορούσαμε τέλος να οδηγήσουμε τους μαθητές μας σε μια διδακτική αναζήτηση (webquest) μέσω κάποιας σχετικής ιστοσελίδας (όπως η www.zunal.com) για την ιστορική εξέλιξη των βολών και πως αυτή συνδύασε τις έννοιες: επιστήμη-τεχνολογία-πόλεμος.

►ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ:

- Arnold B. Arons, *Οδηγός Διδασκαλίας της Φυσικής*, μετάφρ. Ανδρέα Βαλαδάκη, εκδ. Τροχαλία, Αθήνα 1990
- Παν. Κόκκοτα, *Διδακτική των Φυσικών Επιστημών*, εκδ. Γρηγόρη, Αθήνα 1988
- Ανδρέα Ι. Κασσέτα, *Το μακρόν φυσική προ του βραχέος διδάσκω*, εκδ. Σαββάλας
- Ανδρέα Ι. Κασσέτα, *Το Μήλο και το Κουάρκ*, εκδ. Σαββάλας
- G. Lemeignan, A. Well-Barais, *Η οικοδόμηση των εννοιών στη φυσική*, εκδ. Τυπωθήτω.
- R. Driver, A. Squires, P. Rushworth, V. Wood-Robinson, *Οικο-Δομώντας τις έννοιες των Φυσικών Επιστημών*, εκδ. Τυπωθήτω.
- <http://www.merga.net.au/documents/RP722005.pdf>
- Vosniadou, S. (1994), *Capturing and modeling the process of conceptual change*, Learning and Instruction, 4, 45–69.

Φύλλο Εργασίας I

για το πρόγραμμα Interactive Physics



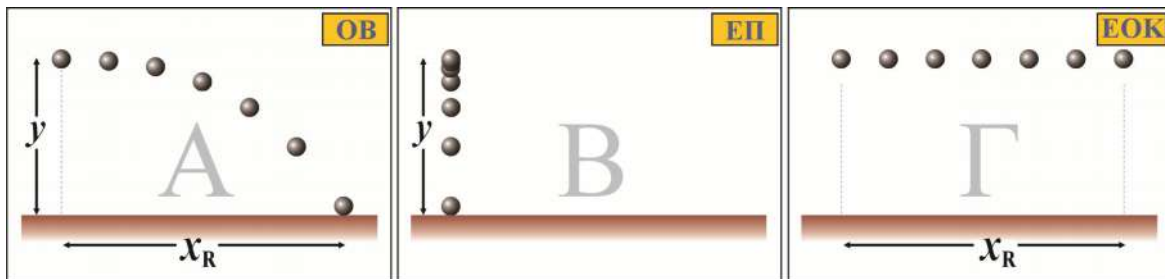
Αρχή της Επαλληλίας των κινήσεων και εξάρτηση της κίνησης από τη μάζα

Εισαγωγή

A. Βάλλουμε ένα σώμα οριζόντια και παρατηρούμε την τροχιά που ακολουθεί. Η τροχιά είναι Οριζόντια Βολή (OB).

B. Υποθέτουμε ότι έχουμε το ίδιο σώμα, το οποίο αφήνουμε (χωρίς οριζόντια αρχική ταχύτητα) να κάνει Ελεύθερη Πτώση (ΕΠ) από το ίδιο ύψος.

Γ. Επίσης υποθέτουμε ότι έχουμε το ίδιο σώμα, το οποίο βάλλουμε με την οριζόντια αρχική ταχύτητα, σε χώρο χωρίς βαρύτητα. Θα εκτελέσει Ευθύγραμμη Ομαλή Κίνηση (ΕΟΚ).



1^η Ερώτηση: Σε ποια περίπτωση (από τις A & B) το σώμα θα πέσει πρώτα στο έδαφος;

στην A ☐ στη B ☐ ταυτόχρονα ☐

2^η Ερώτηση: Σε ποια περίπτωση (από τις A & Γ) το σώμα θα φτάσει πρώτα στη μέγιστη οριζ. θέση (x_R);

στην A ☐ στη Γ ☐ ταυτόχρονα ☐

3^η Ερώτηση: Το σώμα στην περίπτωση B φτάνει στο έδαφος σε χρόνο t_B , ενώ το σώμα στην περίπτωση Γ φτάνει στη μέγιστη οριζόντια θέση (x_R) σε χρόνο t_Γ . Τι ισχύει για τους χρόνους αυτούς;

$t_B > t_\Gamma$ ☐ $t_B < t_\Gamma$ ☐ $t_B = t_\Gamma$ ☐

Ομαδοποιώντας τις απαντήσεις – υποθέσεις σας στις τρεις προηγούμενες ερωτήσεις, τι θα λέγατε για τους χρόνους των τριών κινήσεων (t_A : χρόνος OB, t_B : χρόνος ΕΠ, t_Γ : χρόνος ΕΟΚ μέχρι τη μέγιστη οριζόντια θέση της OB);

.....
.....
.....

Διαδικασία

Ανοίγουμε το πρόγραμμα Interactive Physics στην εφαρμογή «Οριζόντια Βολή».

1. Βάζουμε μια τυχαία μάζα. Τοποθετούμε το σώμα στη θέση $y = 5$ m και βάζουμε αρχική ταχύτητα $v_0 = 8$ m/s. Η παραπάνω ρύθμιση γίνεται από τα τρία κόκκινα «κουμπιά-δείκτες» στο πάνω δεξιά μέρος της οθόνης. Πατάμε «Εκτέλεση» (κίτρινο play) και βλέπουμε τη τροχιά. Είναι Οριζόντια Βολή (OB). Σημειώνουμε την τελική θέση (βεληνεκές) και τον χρόνο κίνησης:

Βεληνεκές	$x_R =$	m
Χρόνος OB	$t_A =$	s

2. Πατάμε «Επαναρρύθμιση» (πράσινο rewind) και το σώμα επανέρχεται στην αρχική του κατάσταση. Μηδενίζουμε την αρχική του ταχύτητα ($v_0 = 0$) και πατάμε «Εκτέλεση» (κίτρινο play). Βλέπουμε την τροχιά. Είναι Ελεύθερη Πτώση (ΕΠ). Σημειώνουμε τον χρόνο πτώσης:

Χρόνος ΕΠ	$t_B =$	s
-----------	---------	---

Τελικά η σωστή απάντηση στην 1^η Ερώτηση είναι:
.....

3. Αν είχαμε (περίπτωση Γ) το σώμα μας με αρχική ταχύτητα $v_0 = 8 \text{ m/s}$ σε χώρο χωρίς βαρύτητα θα έκανε ΕΟΚ. Σε πόσο χρόνο θα διένυε οριζόντια απόσταση ίση με το βεληνεκές x_R (της ΟΒ); Θα το βρούμε χρησιμοποιώντας τη εξίσωση θέσης της ΕΟΚ:

$$x = vt \Rightarrow t = \frac{x}{v} \Rightarrow t_T = \frac{x_R}{v_0} = \text{---} \Rightarrow \boxed{\text{Χρόνος ΕΟΚ} \quad t_T = \text{---} \text{ s}}$$

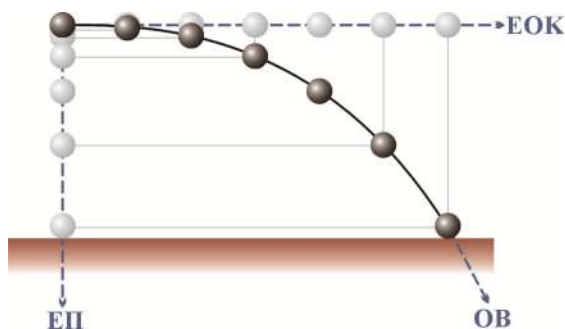
Τελικά οι σωστές απαντήσεις στην 2^η & 3^η Ερώτηση είναι:

.....

.....

Συμπέρασμα

Όταν μια κίνηση αναλύεται σε δύο απλούστερες κινήσεις, ο χρόνος εξέλιξης της κίνησης και οι χρόνοι εξέλιξης των επιμέρους κινήσεων είναι



Η παραπάνω διατύπωση αποτελεί την **ΑΡΧΗ ΤΗΣ ΕΠΑΛΛΗΛΙΑΣ ΤΩΝ ΚΙΝΗΣΕΩΝ**.

4. Έλεγχος για την μάζα m :

Τοποθετούμε το σώμα στη θέση $y=6 \text{ m}$, βάζουμε αρχική ταχύτητα $v_0 = 5 \text{ m/s}$ και μάζα $m = 3 \text{ kg}$. Η παραπάνω ρύθμιση γίνεται από τα τρία κόκκινα «κουμπιά-δείκτες» στο πάνω δεξιό μέρος της οθόνης. Πατάμε «Εκτέλεση» (κίτρινο play) και βλέπουμε την τροχιά. Σημειώνουμε την τελική θέση x στον παρακάτω πίνακα. Πατάμε «Επαναρύθμιση» (πράσινο rewind) και αλλάζουμε την τιμή της μάζας σε $m = 5 \text{ kg}$. Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία και συμπληρώνουμε τον πίνακα:

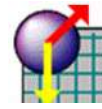
$m \text{ (kg)}$	$x \text{ (m)}$
3	
5	
7	
9	

Από τα στοιχεία του παραπάνω πίνακα συμπεραίνουμε ότι:

.....

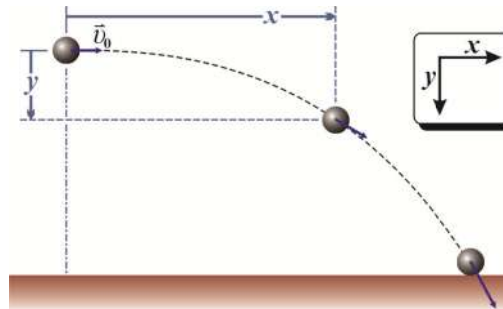
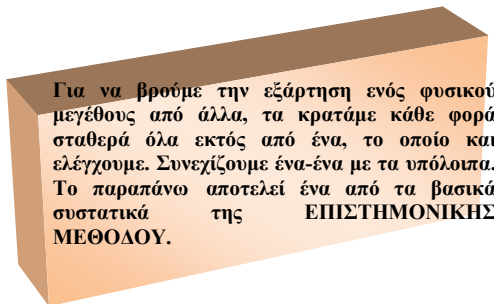
.....

Φύλλο Εργασίας II
για το πρόγραμμα *Interactive Physics*
Κατασκευή της εξίσωσης της τροχιάς



Εισαγωγή

Βάλλουμε ένα σώμα οριζόντια και παρατηρούμε την τροχιά που ακολουθεί. Θέλουμε να βρούμε το σχήμα της τροχιάς δηλαδή τη συνάρτηση $y(x)$ και από τι εξαρτάται αυτή η συνάρτηση.



Μια λογική υπόθεση είναι ότι η τροχιά αυτή εξαρτάται από την **μάζα** του σώματος, την **αρχική ταχύτητα** και την **επιτάχυνση της βαρύτητας**. Από το προηγούμενο φύλλο εργασίας βρήκαμε ότι το φαινόμενο είναι *ανεξάρτητο της μάζας* του σώματος άρα και η εξίσωση της τροχιάς δεν θα πρέπει να εξαρτάται από τη μάζα. Υποθέτουμε βέβαια ότι η βολή γίνεται σε χώρο χωρίς τριβές και αντιστάσεις αέρα. Ψάχνουμε λοιπόν μια συνάρτηση της μορφής $x=f(y, v_0, g)$ την οποία στο τέλος θα μετατρέψουμε σε $y=f(x, v_0, g)$.

Διαδικασία

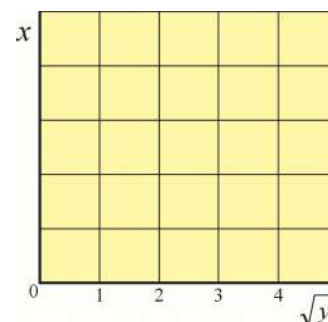
Ανοίγουμε το πρόγραμμα Interactive Physics στην εφαρμογή «Οριζόντια Βολή».

1. Έλεγχος για τη θέση y : (κρατώντας σταθερά τα και)

Η λογική λέει ότι όσο μεγαλύτερο είναι το αρχικό ύψος y , τόσο είναι το βεληνεκές x . Πως πιστεύετε ότι εξαρτάται η μέγιστη οριζόντια απομάκρυνση x από το αρχικό ύψος y ; $y \sim x$ ☐ $y \sim x^2$ ☐ $y \sim \sqrt{x}$ ☐ $y \sim 1/x$ ☐ κάτι άλλο ☐

Βάζουμε μια τυχαία μάζα. Βάζουμε αρχική ταχύτητα $v_0=2.24$ m/s. Τοποθετούμε το σώμα στη θέση $y=1$ m. Πατάμε «Εκτέλεση» (κίτρινο play) και βλέπουμε την τροχιά. Σημειώνουμε την τελική θέση x στον παρακάτω πίνακα. Στρογγυλοποιούμε το x . Πατάμε «Επαναρρύθμιση» (πράσινο rewind) και αλλάζουμε τη θέση y σε 4 m. Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία και συμπληρώνουμε τον πίνακα και την γραφική παράσταση:

y (m)	$\sqrt{y}$ ($m^{1/2}$)	x (m)	$x_{\text{στρογγ.}}$ (m)
1	1		
4	2		
9	3		
16	4		



Από τα στοιχεία του παραπάνω πίνακα και την γραφική παράσταση συμπεραίνουμε για τη θέση y ότι η ποσότητα $\sqrt{y}$ είναι της θέσης x .

$x \sim$

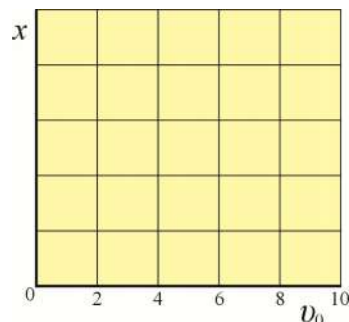
2. Έλεγχος για την αρχική ταχύτητα v_0 : (κρατώντας σταθερά τα και)

Η λογική λέει ότι όσο μεγαλύτερη είναι η αρχική οριζόντια ταχύτητα βολής v_0 , τόσο είναι το βεληνεκές x . Πως πιστεύετε ότι εξαρτάται η μέγιστη οριζόντια απομάκρυνση x από την αρχική ταχύτητα v_0 ;

$x \sim v_0$ ☐ $x \sim v_0^2$ ☐ $x \sim \sqrt{v_0}$ ☐ $x \sim 1/v_0$ ☐ κάτι άλλο ☐

Βάζουμε μια τυχαία μάζα. Τοποθετούμε το σώμα στη θέση $y=5$ m. Βάζουμε αρχική ταχύτητα $v_0=4$ m/s. Πατάμε «Εκτέλεση» (κίτρινο play) και βλέπουμε την τροχιά. Σημειώνουμε την τελική θέση x στον παρακάτω πίνακα. Στρογγυλοποιούμε το x . Πατάμε «Επαναρρύθμιση» (πράσινο rewind) και αλλάζουμε την αρχική ταχύτητα $v_0=6$ m/s. Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία και συμπληρώνουμε τον πίνακα και την γραφική παράσταση:

v_0 (m/s)	x (m)	$x_{\text{στρογγ.}}$ (m)
4		
6		
8		
10		



Από τα στοιχεία του παραπάνω πίνακα την γραφική παράσταση συμπεραίνουμε ότι: η θέση x είναι:

.....

$x \sim$

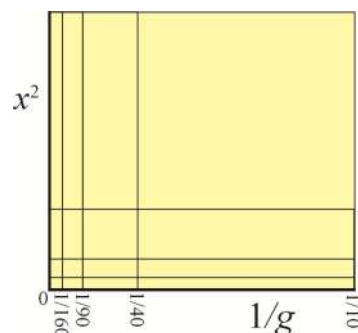
3. Έλεγχος για την επιτάχυνση της βαρύτητας g : (κρατώντας σταθερά τα και)

Η λογική λέει ότι όσο μεγαλύτερη είναι η βαρύτητα (το g) σε έναν τόπο (ή πλανήτη), τόσο είναι το βεληνεκές x . Πως πιστεύετε ότι εξαρτάται η μέγιστη οριζόντια απομάκρυνση x από την τιμή του g ;

$x \sim g$ ☐ $x \sim 1/g$ ☐ $x \sim \sqrt{g}$ ☐ $x \sim 1/\sqrt{g}$ ☐ κάτι άλλο ☐

Βάζουμε μια τυχαία μάζα. Τοποθετούμε το σώμα στη θέση $y=5$ m. Βάζουμε αρχική ταχύτητα $v_0=1$ m/s. Πατάμε το “κουμπί” «Βαρύτητα» και βεβαιωνόμαστε ότι έχουμε $g=10$ m/s². Πατάμε «OK». Πατάμε «Εκτέλεση» (κίτρινο play) και βλέπουμε την τροχιά. Σημειώνουμε την τελική θέση x στον παρακάτω πίνακα. Στρογγυλοποιούμε το x (μορφή κλάσματος). Βρίσκουμε το τετράγωνό του. Συνεχίζουμε με το “κουμπί” «Βαρύτητα» βάζοντας τώρα $g=40$ m/s². Πατάμε «OK». Πατάμε «Εκτέλεση» κ.ο.κ. συμπληρώνοντας τον παρακάτω πίνακα και την γραφική παράσταση:

g (m/s ²)	$1/g$ (s ² /m)	x (m)	$x_{\text{στρογγ.}}$ (m)	$x_{\text{στρογγ.}}^2$ (m ²)
10	1/10			
40	1/40			
90	1/90			
160	1/160			



Από τα στοιχεία του παραπάνω πίνακα και την γραφική παράσταση συμπεραίνουμε ότι: το τετράγωνο της θέσης x είναι:

.....

Άρα η θέση x είναι:

$x \sim$

➤ Από τα 3 προηγούμενα βήματα καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η σχέση $x=f(y,v_0,g)$ είναι της μορφής:

$x \sim$

*)

ενώ μας λείπει μια αριθμητική σταθερά για να γίνει η παραπάνω αναλογία, ισότητα. **Για να βρούμε τη σταθερά** επαναφέρουμε τη βαρύτητα στα $g=10 \text{ m/s}^2$, βάζουμε $y=10 \text{ m}$ και $v_0=1 \text{ m/s}$. Πατάμε «Εκτέλεση» (κίτρινο play) και σημειώνουμε την τελική θέση $x=\dots\dots\dots\text{m}$.

Γράφουμε την αναλογία ως ισότητα: $x=C[\text{ότι βρήκαμε παραπάνω: (*)}]$ και θα κάνουμε πράξεις αντικαθιστώντας τις παραπάνω τιμές. Τελικά λύνουμε ως προς C :

$x = C \cdot \Rightarrow$

$C=$

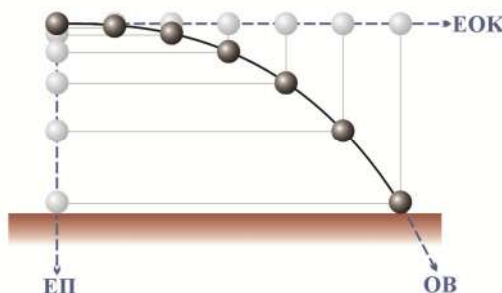
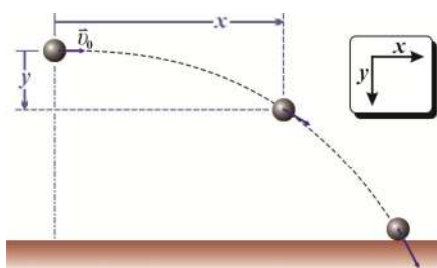
Η τελική σχέση $x=f(y,v_0,g)$ είναι: $x=$
τροχιάς:

και λύνοντας ως προς y έχουμε την εξίσωση της

$y=$

Θεωρητική Επαλήθευση

Μπορούμε τώρα να εξάγουμε τον παραπάνω τύπο θεωρητικά:



x -άξονας: $\Sigma F_x = \dots\dots\dots \Rightarrow \begin{cases} v_x = \dots\dots\dots (1) \\ x = \dots\dots\dots (2) \end{cases}$

y -άξονας: $\Sigma F_y = \dots\dots\dots \Rightarrow \begin{cases} v_y = \dots\dots\dots (3) \\ y = \dots\dots\dots (4) \end{cases}$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (2) & (4) έχουμε:

Συμπέρασμα

Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας η οριζόντια βολή είναι μια σύνθετη κίνηση που αποτελείται από δύο απλούστερες: μια και μια Οι χρόνοι εξέλιξης της OB και τω δύο επιμέρους κινήσεων που την αποτελούν είναι Η οριζόντια βολή είναι φαινόμενο της μάζας του σώματος. Η εξίσωση της τροχιάς $y=f(x)$ είναι:

$y=$