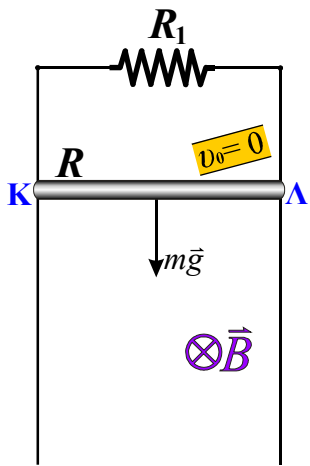
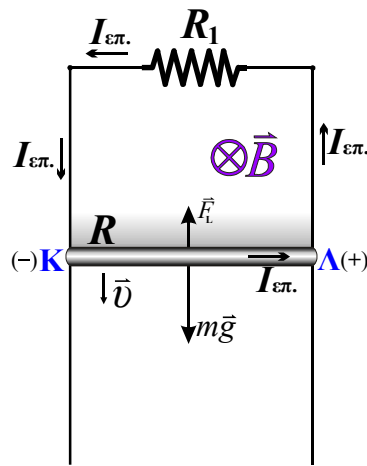


Όνοματεπώνυμο: _____
Τμήμα: _____ Ημερομηνία: _____

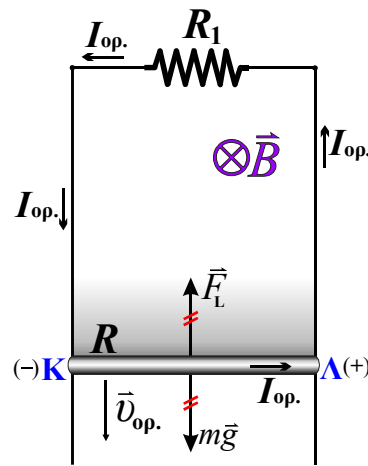
ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ



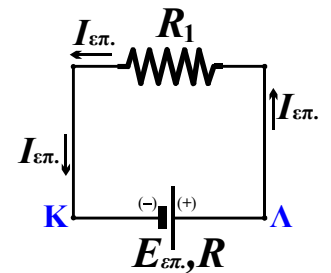
Σχήμα 1



Σχήμα 2



Σχήμα 3



Σχήμα 4

- ➔ Η κατασκευή που φαίνεται στο Σχήμα 1, αποτελείται από αγωγούς αμελητέας αντίστασης, αντίσταση R_1 και μεταλλική ράβδο ΚΑ, μάζας m , μήκους l , και αντίστασης R . Η όλη συσκευή βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B και φοράς: \otimes .
- ➔ Αρχικά (Σχήμα 1) η ράβδος αφήνεται, χωρίς αρχική ταχύτητα και ξεκινάει προς τα κάτω λόγω του βάρους της.
- ➔ Λόγω κίνησης, τα ελεύθερα ηλεκτρόνια της ράβδου δέχονται δύναμη Lorentz και συσσωρεύονται στο Κ (με τα θετικά στο Α), δημιουργώντας επαγωγική τάση $E_{\epsilon\pi} = Bvl$ στα άκρα Κ(-) και Α(+). Έτσι έχουμε μια πηγή και ένα κλειστό κύκλωμα, όπως αυτό του Σχήματος 4.
- ➔ Δημιουργείται ρεύμα $I_{\epsilon\pi} = E_{\epsilon\pi} / R_{\text{ολ}}$ το οποίο διαρρέει το κύκλωμα με φορά: και ο συνδυασμός ρεύματος και μαγνητικού πεδίου, δημιουργεί δύναμη Laplace $F_L = BIl$ στη ράβδο, με φορά προς τα πάνω (κανόνας του Lenz).
- ➔ Η δύναμη Laplace αρχίζει (από την τιμή μηδέν) να μεγαλώνει και όταν φτάσει την τιμή του βάρους, τότε $\Sigma F = 0$ στη ράβδο, με αποτέλεσμα η ράβδος να κινείται πλέον με σταθερή ταχύτητα (οριακή ταχύτητα, $v_{\text{οπ}}$).

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΠΙΞΕΡΓΑΣΙΑ

→ **Σχήμα 1:** Αρχικά: $v_0 = 0 \rightarrow E_{\text{επ.}} = Bv_0\ell = 0 \Rightarrow I_{\text{επ.}} = \frac{E_{\text{επ.}}}{R_{\text{ολ.}}} = 0 \Rightarrow F_L = BI\ell = 0 \Rightarrow \Sigma F_{\text{αρχ.}} = mg$

και η ράβδος ξεκινάει προς τα κάτω, λόγω του βάρους του με επιτάχυνση: $a_{\text{αρχ.}} = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{mg}{m} \Rightarrow a_{\text{αρχ.}} = g$

→ **Σχήμα 2:** Κίνηση: λόγω $v \rightarrow E_{\text{επ.}} = Bv\ell \Rightarrow I_{\text{επ.}} = \frac{E_{\text{επ.}}}{R_{\text{ολ.}}} = \frac{Bv\ell}{R + R_1} \Rightarrow F_L = BI\ell = B \frac{Bv\ell}{R + R_1} \ell \Rightarrow F_L = \frac{B^2\ell^2}{R + R_1} v$

$\Rightarrow \Sigma F = mg - F_L \Rightarrow \Sigma F = mg - \frac{B^2\ell^2}{R + R_1} v$

και η ράβδος συνεχίζει με μεταβλητή επιτάχυνση: $a = \frac{\Sigma F}{m} \Rightarrow a = g - \frac{B^2\ell^2}{m(R + R_1)} v$

Όσο αυξάνεται η v (λόγω της a) τόσο μειώνεται η a (λόγω του αρνητικού προσήμου στον τύπο). Έτσι η v αυξάνεται με όλο και πιο αργό ρυθμό μέχρι $a=0$ άρα $v=\text{σταθ.}$ Αυτή είναι η $v_{\text{οριακή}}$.

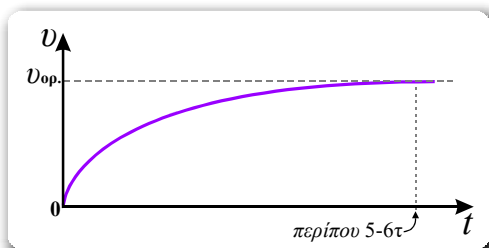
...θέτουμε $\tau = \frac{m(R + R_1)}{B^2\ell^2}$ άρα ο τύπος γίνεται: $a = g - \frac{1}{\tau}v \Rightarrow a + \frac{1}{\tau}v = g \Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau}v = g$

ΔΙΑΦΟΡΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ

\Downarrow

$v = g\tau(1 - e^{-t/\tau})$
($e \approx 2,718$)

→ **Σχήμα 3:** Οριακή Κατάσταση: σε άπειρο χρόνο: $v_{\text{οπ.}} = g\tau(1 - e^{-\infty/\tau}) = g\tau(1 - e^{-\infty}) = g\tau(1 - 0) \Rightarrow v_{\text{οπ.}} = g\tau$



...τελικά ο τύπος της ταχύτητας γίνεται: $v = v_{\text{οπ.}}(1 - e^{-t/\tau})$

...με: $v_{\text{οπ.}} = g\tau \rightarrow v_{\text{οπ.}} = \frac{mg(R + R_1)}{B^2\ell^2}$

...και: $\tau = \frac{m(R + R_1)}{B^2\ell^2}$

» Τον τύπο της οριακής ταχύτητας μπορούμε να τον εξάγουμε και αλλιώς:

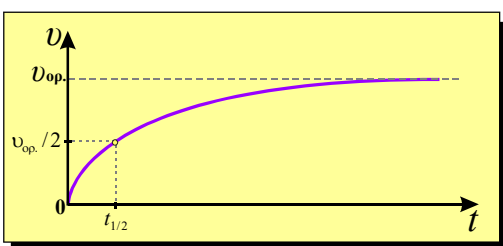
...όταν $a = 0 \Rightarrow v = \text{σταθ.} = v_{\text{οπ.}}$ άρα:

$$a = g - \frac{B^2\ell^2}{m(R + R_1)} v \xrightarrow[v=v_{\text{οπ.}}]{a=0} 0 = g - \frac{B^2\ell^2}{m(R + R_1)} v_{\text{οπ.}} \Rightarrow \frac{B^2\ell^2}{m(R + R_1)} v_{\text{οπ.}} = g \Rightarrow v_{\text{οπ.}} = \frac{mg(R + R_1)}{B^2\ell^2}$$

→ **Υπολογισμός τ :**

Από το διάγραμμα $v-t$ μπορούμε να βρούμε τον χρόνο ($t_{1/2}$) για τον οποίο η ταχύτητα της ράβδου είναι η μισή της οριακής τιμής. Τότε:

$$v = v_{\text{οπ.}}(1 - e^{-t/\tau}) \xrightarrow[t=t_{1/2}]{v=v_{\text{οπ.}}/2} \frac{v_{\text{οπ.}}}{2} = v_{\text{οπ.}}(1 - e^{-t_{1/2}/\tau}) \Rightarrow \frac{1}{2} = 1 - e^{-t_{1/2}/\tau} \Rightarrow e^{-t_{1/2}/\tau} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow e^{t_{1/2}/\tau} = 2 \xrightarrow{\ln} \ln e^{t_{1/2}/\tau} = \ln 2 \Rightarrow t_{1/2}/\tau = \ln 2 \Rightarrow \tau = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \quad (\ln 2 = 0,693)$$



ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

Έγινε το πείραμα και πάρθηκαν οι διηλεκτικές μετρήσεις ταχύτητας-χρόνου για τη ράβδο. Επίσης γνωρίζουμε τα παρακάτω στοιχεία:

$$\begin{aligned} m &= 1 \text{ kg} \\ R_1 &= 1 \ \Omega \\ B &= 2 \text{ T} \\ \ell &= 1 \text{ m} \end{aligned}$$

t (sec)	v (m/s)	mg (N)	F_L (N)	ΣF (N)
0,0	0,0			
0,5	4,0			
1,0	6,4			
1,5	7,8			
2,0	8,7			
2,5	9,1			
3,0	9,6			
3,5	9,8			
4,0	9,9			
4,5	9,9			
5,0	10,0			
5,5	9,9			
6,0	10,0			
6,5	10,0			

1 Να κατασκευάσετε διάγραμμα $v-t$.

2 Από το διάγραμμα $v-t$ να υπολογίσετε την οριακή ταχύτητα της ράβδου. $v_{op.} =$

3 Βρείτε και σημειώστε στο διάγραμμα $v-t$ τη χρονική στιγμή $t_{1/2}$ στην οποία η ταχύτητα φτάνει στο μισό της οριακής της τιμής. Υπολογίστε τη σταθερά χρόνου από τη σχέση:

$$\tau = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} = \frac{\quad}{0,693} \Rightarrow \tau =$$

4 Στη συνέχεια να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας g .

$$g =$$

5 Να υπολογίσετε τώρα την αντίσταση R της ράβδου ΚΑ.

$$R =$$

6 Για τη χρονική στιγμή $t = 1,625 \text{ sec}$ να βρείτε και να σημειώσετε στο διάγραμμα $v-t$ την ταχύτητα της ράβδου.

$$v =$$

$$t = 1,625 \text{ sec}$$

7 Τέλος με βάση τους τύπους στη θεωρία και τον πίνακα τιμών $v-t$ να συμπληρώσετε τις στείλες mg (N), F_L (N) και ΣF (N). Στη συνέχεια σε κοινό διάγραμμα δυνάμεων-χρόνου να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις $mg-t$, F_L-t και $\Sigma F-t$.

ΠΡΟΣΟΧΗ: θεωρήστε θετική φορά την προς τα κάτω.