

Οπτική Απεικόνιση Διακροτημάτων

Μαθητές: *Σαββίνα Πουρνάρα*

Σχολεία: 26^ο ΓΕΛ Αθηνών – Μαράσλειο,
1^ο ΓΕΛ Σαλαμίνας,
2^ο ΓΕΛ Ελευθερίου-Κορδελιού

Υπεύθυνοι καθηγητές:

Λάζος Παναγιώτης, ΠΕ04.01, taklazos@gmail.com

Νέζης Αναστάσιος, ΠΕ04.01, nezistasos@gmail.com

Κοριαζόπουλος Νικόλαος, ΠΕ04.01, nikkyriazo@gmail.com

Περίληψη

Πρόκειται για μια διάταξη δύο συσκευών που μας επιτρέπει να αποτυπώσουμε τη σύνθεση δύο αρμονικών κινήσεων με παραπλήσιες συχνότητες (διακρότημα). Η συνισταμένη κίνηση δημιουργείται από τις ταλαντώσεις δύο παράλληλων ελασμάτων με κατάλληλα προσαρμοσμένους καθρέφτες και η αποτύπωση γίνεται σε φωσφορίζουσα περιστρεφόμενη μεμβράνη, μέσω μιας δέσμης φωτός μήκους κύματος 405 nm (ιώδες) από laser. Σκοπός της εργασίας αυτής είναι να μπορέσουμε να δείξουμε, με απλό τρόπο, το φαινόμενο «διακρότημα» τόσο ως κίνηση αλλά κυρίως ως γραφική παράσταση.

Abstract

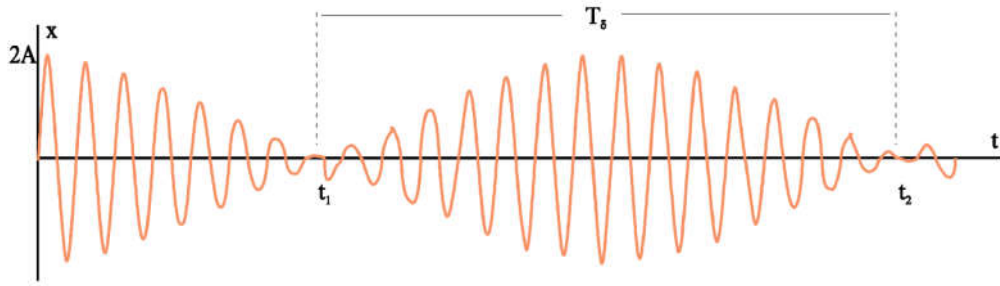
This essay is about an arrangement of two devices that allows us to capture the synthesis of two harmonic oscillations with similar frequencies (amplitude-modulated beats). Synthetic motion is generated by the oscillations of two parallel metallic rulers with suitably adapted mirrors, and the imprinting is done on a phosphorous rotating membrane through a laser beam of purple light ($\lambda = 405$ nm). The purpose of this work is to be able to demonstrate, in a quite simple way, the phenomenon of "amplitude-modulated beats" as a movement but above all as a graphic representation.

Εισαγωγή / Θεωρητική θεμελίωση

Με τη διάταξη που θα περιγράψουμε παρακάτω γίνεται δυνατή η οπτικοποίηση διακροτημάτων. Διακρότημα ονομάζεται η σύνθεση δύο αρμονικών ταλαντώσεων που πραγματοποιούνται στην ίδια διεύθυνση, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας και με παραπλήσιες συχνότητες. Στο σχολικό βιβλίο της Γ' Λυκείου των ΓΕΛ [1] η μαθηματική περιγραφή του διακροτήματος είναι η εξής:

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = A\eta\mu\omega_1 t \\ x_2 = A\eta\mu\omega_2 t \end{array} \right\} \omega_1 \approx \omega_2 \xrightarrow{x=x_1+x_2} x = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \cdot \eta\mu \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t \quad (1)$$

και η γραφική παράσταση της συνάρτησης x φαίνεται στην Εικόνα 1:



Εικόνα 1: Η γραφική παράσταση του διακροτήματος.

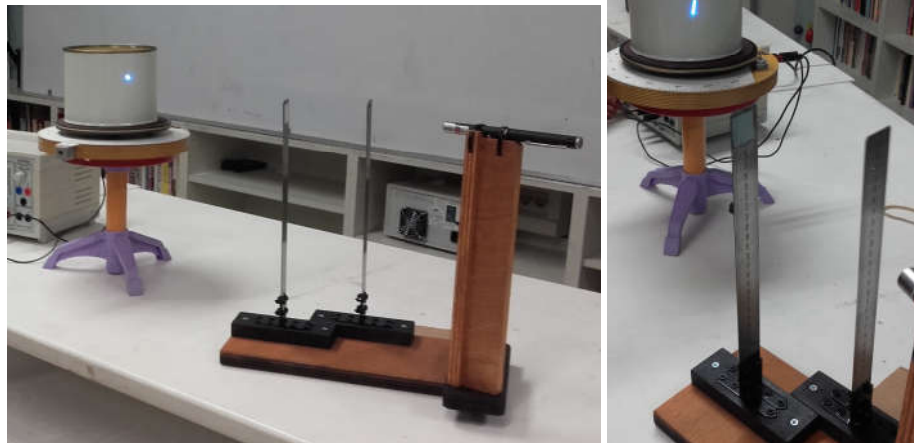
Το χρονικό διάστημα T_δ , στο οποίο επαναλαμβάνεται η χαρακτηριστική γραφική παράσταση του διακροτήματος, ονομάζεται περίοδος του διακροτήματος και ισούται με:

$$T_\delta = |f_1 - f_2| \quad (2)$$

όπου f_1 και f_2 οι συχνότητες των δύο ταλαντώσεων.

Περιγραφή Εργασίας

Με την διάταξη που φαίνεται στην Εικόνα 2, και θα περιγράψουμε παρακάτω, θα απεικονίσουμε σε πραγματικό χρόνο την προαναφερθείσα γραφική παράσταση του διακροτήματος.



Εικόνα 3: Η διάταξη αποτύπωσης των διακροτημάτων.

Η διάταξή μας αποτελείται από δύο τμήματα: α) το τμήμα δημιουργίας της κίνησης και β) το τμήμα αποτύπωσης της.

α) Τμήμα δημιουργίας της κίνησης

Πρόκειται για μια παραλλαγή της συσκευής του L. Pfaundler [6] με την οποία το 1873 έκανε επίδειξη των καμπυλών Lissajous. Στη δικιά μας περίπτωση η συσκευή αποτελείται από μια σταθερή βάση πάνω στην οποία είναι τοποθετημένοι

κατακόρυφα δύο παράλληλοι μεταλλικοί χάρακες (ελάσματα). Στο άνω άκρο του καθενός από αυτούς έχει προσαρμοστεί ένας μικρός καθρέφτης. Σε κοντινή απόσταση ένα σταθερά στερεωμένο laser με μήκος κύματος 405 nm (ιώδες) στοχεύει στον έναν από τους καθρέφτες και στη συνέχεια η δέσμη ανακλάται στον δεύτερο καθρέφτη. Από αυτόν, συνεχίζει (ακολουθώντας μια τεθλασμένη πορεία) στο δεύτερο μέρος της διάταξης.



Εικόνα 5: Το τμήμα δημιουργίας της κίνησης (1^ο τμήμα της διάταξης).

Καθώς οι χάρακες είναι πανομοιότυποι θα έχουν την ίδια ιδιοσυχνότητα ταλάντωσης. Με ένα μικρό βάρος στον έναν από τους δύο (στην περίπτωσή μας ένας μικρός μαγνήτης, όπως δείχνεται στην Εικόνα 3) αλλάζουμε λίγο την ιδιοσυχνότητά του, ώστε να πετύχουμε τη σχέση $\omega_1 \approx \omega_2$ που απαιτείται για να έχουμε διακρότημα. Θέτοντας σε ταλάντωση τους δύο χάρακες αναγκάζουμε τη δέση να μετάσχει ταυτόχρονα και στις δύο ταλαντώσεις και τελικά να αποτυπώνει, στο άκρο της, κίνηση διακροτήματος. Επειδή οι χάρακες είναι παράλληλοι, η δέσμη ταλαντώνεται ευθύγραμμα (και όχι σε δύο διαστάσεις, όπως στη διάταξη του Pfaundler) με αυξομειούμενο πλάτος [4]. Το «εκπαιδευμένο μάτι» εύκολα μπορεί να διακρίνει την κίνηση διακροτήματος. Όμως για να γίνει αυτό ορατό και σε μη ειδικό κοινό¹, οδηγούμε τη δέσμη στο δεύτερο τμήμα της συσκευής.

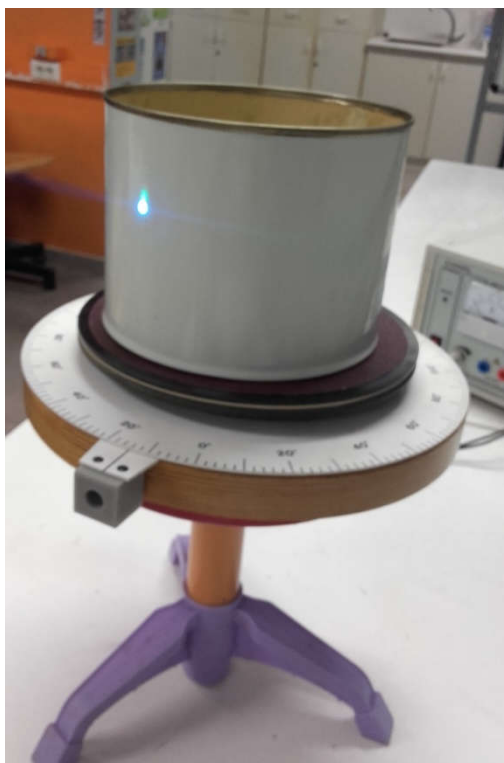
β) Τμήμα αποτύπωσης της κίνησης

Εδώ έχουμε ένα κυλινδρικό τύμπανο (π.χ. από μία μεγάλη κονσέρβα) καλυμμένο με φωσφορίζουσα μεμβράνη² πάνω στην οποία το ιώδες φως από το laser “γράφει” μια πράσινη³ γραμμή για αρκετά δευτερόλεπτα.

¹ Τέτοιο κοινό που έρχεται για πρώτη φορά σε επαφή με το θέμα είναι οι μαθητές μας.

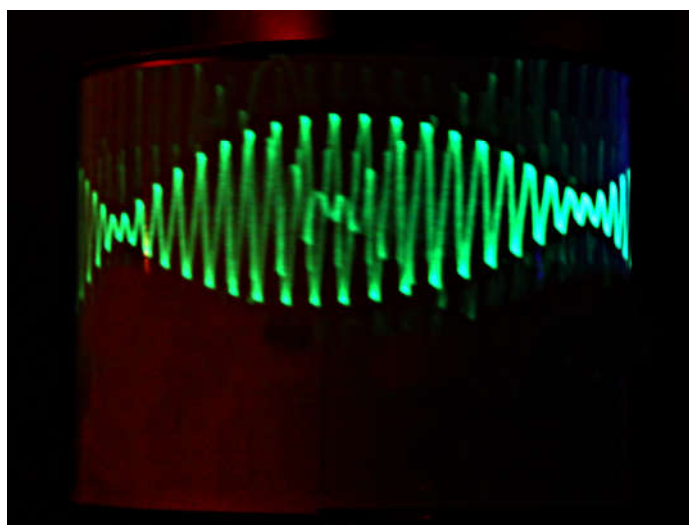
² Φωσφορίζουσες αυτοκόλλητες μεμβράνες μπορούν να αγοραστούν από το διαδίκτυο. π.χ. <https://www.lunabrite.com/products/glow-sheets/>

³ Η ακτινοβολία από φωσφορισμό έχει πάντα μικρότερο μήκος κύματος σε σχέση με την προσπίπτουσα ακτινοβολία. Σε αντίθετη περίπτωση θα παραβιαζόταν η διατήρηση της ενέργειας.



Εικόνα 6: Το τμήμα αποτύπωσης της κίνησης (2^ο τμήμα της διάταξης).

Όταν το τύμπανο είναι ακίνητο η δέσμη απλά ταλαντώνεται κατακόρυφα με αυξομειούμενο πλάτος (διακροτήμα), αλλά τελικά αποτυπώνεται μια ευθεία γραμμή. Όταν όμως θέσουμε το τύμπανο σε περιστροφή τότε η ταλαντούμενη δέσμη αποτυπώνει πάνω στην μεμβράνη την κίνηση διακροτήματος, όπως ακριβώς στη γραφική παράσταση του σχολικού βιβλίου [2]. Η μετακίνηση του μαγνήτη πιο μακριά από το σημείο στήριξης του χάρακα στη βάση, προκαλεί μείωση της συχνότητας της ταλάντωσής του (καθώς αυξάνεται η ροπή αδράνειάς του), με αποτέλεσμα να αυξάνεται η περίοδος του διακροτήματος όπως εξάγεται από τη σχέση 2. Αυτό μπορεί εύκολα να αποτυπωθεί στην φωσφορίζουσα επιφάνεια με πολύ εύληπτο τρόπο.

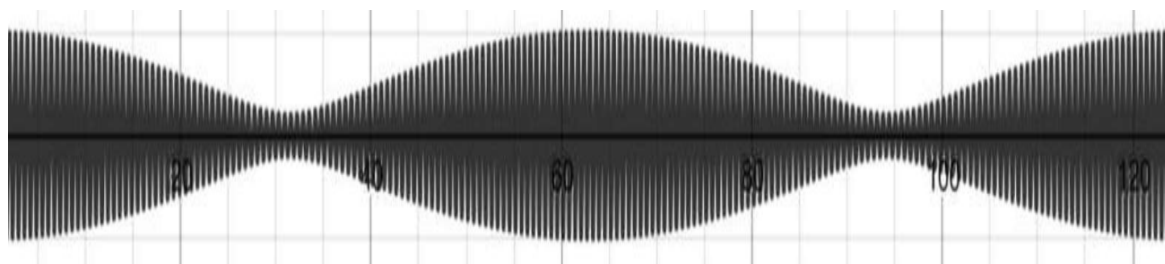


Εικόνα 7: Το Διακροτήμα αποτυπωμένο στη φωσφορίζουσα μεμβράνη.

Το τύμπανο τίθεται σε περιστροφή μέσω ενός μικρού μοτέρ (με λαστιχένιο ιμάντα). Το μοτέρ είναι συνδεδεμένο με τροφοδοτικό χαμηλών τάσεων (0 - 20 V) με το οποίο καθορίζουμε τη συχνότητα περιστροφής του, μέσω του διακόπτη της τάσης. Έτσι μπορούμε να ρυθμίσουμε κατάλληλα την περιστροφή και να πάρουμε το καλύτερο οπτικό αποτέλεσμα στην αποτύπωση του διακροτήματος. Φυσικά το τύμπανο, μπορεί να τεθεί σε περιστροφή και με άλλους τρόπους (π.χ. πικάπ, άλλη κατασκευή με μοτέρ).

Να σημειώσουμε εδώ πως με τη συσκευή μπορούμε να δείξουμε δύο ακόμα παραμέτρους που σχετίζονται με το διακρότημα:

- i) Δεν έχει σημασία αν οι δύο αρχικές ταλαντώσεις παρουσιάζουν διαφορά φάσης. Ακόμα, δηλαδή, και αν δεν θέσουμε ταυτόχρονα σε κίνηση τους δύο χάρακες (αλλά με χρονική καθυστέρηση) παίρνουμε και πάλι τη γνωστή εικόνα.
- ii) Έχει, όμως, σημασία αν οι ταλαντώσεις μας έχουν διαφορετικό πλάτος. Αν συμβεί αυτό τότε δεν παρατηρείται ποτέ μηδενισμός του πλάτους και παίρνουμε εικόνες όπως οι παρακάτω:



Εικόνα 8: Γραφική απεικόνιση σύνθεσης ταλαντώσεων με διαφορετικό πλάτος και παραπλήσιες συχνότητες (μη μηδενισμός του πλάτους)

Τέλος να αναφέρουμε πως η συσκευή μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για την αποτύπωση μίας, μόνο, απλής αρμονικής ταλάντωσης απλοποιώντας κατά πολύ παλαιότερες διατάξεις, όπως αυτή του F. Oppenheimer στο *Exploratorium* [5] ή του MITtechtv [3]. Αυτό μπορεί να γίνει αν θέσουμε σε ταλάντωση μόνο τον ένα χάρακα, διατηρώντας τον άλλον ακλόνητο. Μπορούμε να δείξουμε, τώρα, ταλαντώσεις διαφορετικών πλατών αλλά και διαφορετικών συχνοτήτων, μετακινώντας τον μαγνήτη – βάρος πάνω/κάτω ή προσθέτοντας περισσότερους μαγνήτες – βάρη και αλλάζοντας την ιδιοσυχνότητα του συστήματος.

Βιβλιογραφία

[1] Ιωάννου Α., Ντάνος Γ., Πηττάς Α., Ράπτης Σ.: ‘Φυσική, Γ’ Γενικού Λυκείου, Ομάδας Προσανατολισμού Θετικών Σπουδών’ (ΙΤΥΕ Διόφαντος, 1999)

[2] Παναγιώτης Λάζος, Αναστάσιος Νέζης,
https://www.instagram.com/p/BqnHt5_gOaO/ (ημερομηνία προσπέλασης:
08/01/2019)

[3] MITtechtv, https://www.youtube.com/watch?v=P-Umre5Np_0 (ημερομηνία προσπέλασης: 08/01/2019)

[4] Αναστάσιος Νέζης, <https://www.instagram.com/p/BmQvHmnmUhf/> (ημερομηνία προσπέλασης: 08/01/2019)

[5] Frank Oppenheimer, *Exploratorium*, <https://www.instagram.com/p/Br-gVDMjerX/> (ημερομηνία προσπέλασης: 08/01/2019)

[6] Universität Innsbruck,
<http://physik.uibk.ac.at/museum/de/details/mech/lissajous.html> (ημερομηνία προσπέλασης: 08/01/2019)